

Вопросы по геометрии

В экзаменационный билет будет входить: два вопроса теоретического материала (без доказательств), одна задача на вычисление, одна задача на доказательство

Теоретический материал

1. Многоугольник. Выпуклый многоугольник. Четырёхугольник
2. Параллелограмм, его свойства и признаки
3. Трапеция. Свойства равнобедренной трапеции
4. Прямоугольник, его свойства и признак
5. Ромб и квадрат, их свойства
6. Осевая и центральная симметрия
7. Понятие площади. Свойства площадей. Площадь квадрата и прямоугольника
8. Площадь квадрата и прямоугольника, параллелограмма, трапеции.
9. Площадь треугольника и следствия. Формула Герона. Нахождение площади треугольника через радиус вписанной окружности
10. Теорема Пифагора. Теорема обратная теореме Пифагора. Пифагоровы треугольники
11. Пропорциональные отрезки. Определение подобных треугольников. Отношение площадей и периметров подобных треугольников
12. Определение подобных треугольников и их признаки
13. Средняя линия треугольника. Пропорциональные отрезки в треугольнике.
14. Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника. Значения синуса, косинуса и тангенса для углов 30° , 45° и 60°
15. Взаимное расположение прямой и окружности. Определение касательной к окружности
16. Касательная к окружности, ее свойство. Признак касательной
17. Градусная мера окружности. Определение центрального и вписанного углов
18. Теорема о вписанном угле. Следствия. Теорема о произведении отрезков пересекающихся хорд
19. Свойство биссектрисы угла. Следствия.
20. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Следствия
21. Вписанная окружность. Окружность вписанная в треугольник. Окружность вписанная в четырехугольник
22. Описанная окружность. Окружность описанная около треугольника. Окружность описанная около четырехугольника

Задача на вычисление

1. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 3$, $CK = 19$.
2. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 13, а одна из диагоналей ромба равна 52. Найдите углы ромба.
3. Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 12$ и $CH = 3$. Найдите высоту ромба.
4. Катеты прямоугольного треугольника равны 18 и 24. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.
5. Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 21 и 75. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.
6. Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 16$, $BF = 12$.
7. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN = 17$, $AC = 51$, $NC = 32$.
8. Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 14$, $CD = 42$, $AC = 52$.

9. Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе, AC . Найдите AB , если $AH = 6$, $AC = 24$.
10. Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 45° и 120° , а $CD = 34$
11. Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD , если $AB = 18$, а расстояния от центра окружности до хорд AB и CD равны соответственно 12 и 9 .
12. Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD , если $AB = 16$, $CD = 30$, а расстояние от центра окружности до хорды AB равно 15 .
13. Точка H является основанием высоты BH , проведённой из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC . Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K соответственно. Найдите BH , если $PK = 13$.
14. Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если диаметр окружности равен $6,4$, а $AB = 6$.
15. На отрезке AB выбрана точка C так, что $AC = 14$ и $BC = 36$. Построена окружность с центром A , проходящая через C . Найдите длину отрезка касательной, проведённой из точки B к этой окружности.
16. Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке, лежащей на стороне BC . Найдите BC , если $AB = 26$.
17. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках K и M соответственно. Найдите AC , если $BK : KA = 4 : 5$, $KM = 16$.
18. Из точки A проведены две касательные к окружности с центром в точке O . Найдите расстояние от точки A до точки O , если угол между касательными равен 60° , а радиус окружности равен 8 .

Задача на доказательство

1. Сторона AD параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны CD . Точка M – середина стороны AD . Докажите, что CM – биссектриса угла BCD .
2. Биссектрисы углов C и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке L , лежащей на стороне AB . Докажите, что L – середина AB .
3. Биссектрисы углов A и B трапеции $ABCD$ пересекаются в точке K , лежащей на стороне CD . Докажите, что точка K равноудалена от прямых AB , BC и AD .
4. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.
5. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 4 и 64 , $BD = 16$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.
6. Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AD и BC четырёхугольника пересекаются в точке K . Докажите, что треугольники KAB и KCD подобны.
7. В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольники A_1B_1C и ABC подобны.
8. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Докажите, что углы CC_1A_1 и CAA_1 равны.
9. Окружности с центрами в точках M и N пересекаются в точках S и T , причём точки M и N лежат по одну сторону от прямой ST . Докажите, что прямые MN и ST перпендикулярны.
10. На стороне AC треугольника ABC выбраны точки D и E так, что отрезки AD и CE равны. Оказалось, что углы AEB и BDC тоже равны. Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный.
11. В параллелограмме $KLMN$ точка B – середина стороны LM . Известно, что $BK = BN$. Докажите, что данный параллелограмм – прямоугольник.
12. В равностороннем треугольнике ABC точки M , N , K – середины сторон AB , BC , CA соответственно. Докажите, что $BMKN$ – ромб
13. Докажите, что если PK и RS – диаметры одной окружности, то хорды RK и PS параллельны.