

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ АДМИНИСТРАЦИИ БЕРЕЗОВСКОГО ГОРОДСКОГО ОКРУГА  
МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
"ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ТВОРЧЕСТВА ДЕТЕЙ И ЮНОШЕСТВА"

Рассмотрена на методическом совете  
протокол № 1 от 31 августа 2021 г.  
Утверждена педагогическим советом  
протокол № 1 от 01 сентября 2021 г.



УТВЕРЖДАЮ  
Директор МБУДО «ЦРТДиЮ»  
Н.Н.Бек  
приказ № 68/1 от 01.09.2021 г.

**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ  
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ  
ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА  
ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ**

**«МАТЕМАТИКА В МОЕЙ ЖИЗНИ»**

Возраст учащихся: 17 -18 лет  
Срок реализации: 1 год  
Уровень программы: базовый

Разработчик программы:  
Чаплина Нина Владимировна  
педагог дополнительного образования

г. Берёзовский, 2021

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «**Математика в моей жизни**», далее Программа является модифицированной, имеет естественнонаучную направленность, базовый уровень.

**Адресат программы:** Учащиеся 17-18 лет.

### **Актуальность программы:**

Математика, давно став языком науки и техники, в настоящее время все шире проникает в повседневную жизнь и обиходный язык, все более внедряется в традиционно далекие от нее области. Это предполагает и конкретные математические знания, и определенный стиль мышления, необходимый для профессионального выбора подростков, связанного с применением математики во многих сферах - экономики, финансов, бизнеса, информатики, психологии и т.д.

Программа ориентирована на рассмотрение отдельных вопросов математики, которые входят в содержание единого государственного экзамена. Курс дополняет и развивает школьный курс математики, а также является информационной поддержкой дальнейшего образования и ориентирован на удовлетворение образовательных потребностей старших школьников, их аналитических и синтетических способностей.

### **Отличительная особенность:**

Основная идея данного курса заключена в расширении и углублении знаний учащихся по некоторым разделам математики, в обеспечении прочного и сознательного овладения учащимися системой математических знаний и умений, необходимых при сдаче выпускного экзамена, а для некоторых школьников - необходимых для продолжения образования.

### **Педагогическая целесообразность:**

В процессе освоения содержания данного курса ученики овладевают новыми знаниями, обогащают свой жизненный опыт, получают возможность практического применения своих интеллектуальных, организаторских способностей, развивают свои коммуникативные способности, овладевают обще-учебными умениями. Освоение предметного содержания курса и сам процесс изучения его становятся средствами, которые обеспечивают переход от обучения учащихся к их самообразованию.

### **Новизна:**

Методологической основой предлагаемого курса является деятельностный подход к обучению математике. Данный подход предполагает обучение не только готовым знаниям, но и деятельности по приобретению этих знаний, способов рассуждений, доказательств. В связи с этим в процессе изучения курса учащимся предлагаются задания, стимулирующие самостоятельное открытие ими математических фактов, новых, ранее неизвестных, приемов и способов решения задач.

### **Сроки реализации программы:**

1 год, 36 учебных недель, 144 часа.

**Форма обучения:** очная.

**Режим занятий:** Занятия проводятся 2 раз в неделю по 2 часа.

## **Формы и режим занятий.**

Программа предусматривает различные формы и методы работы:

- групповые занятия: теоретические, практические;
- индивидуальные занятия: консультация, работа с дополнительной литературой, источниками Интернет ресурсов; индивидуальные задания на дом.

Основной формой занятий является групповое учебно – практическое занятие.

Организация на занятиях курса должна существенно отличаться от урочной: учащемуся необходимо давать достаточное время на размышление, приветствовать любые попытки самостоятельных рассуждений, выдвижения гипотез, способов решения задач. В курсе заложена возможность дифференцированного обучения.

Применяются следующие виды деятельности на занятиях: обсуждение, тестирование, конструирование тестов, исследовательская деятельность, работа с текстом, диспут, обзорные лекции, мини-лекции, семинары и практикумы по решению задач, предусмотрены консультации.

Методы и формы обучения определяются требованиями ФГОС, с учетом индивидуальных и возрастных особенностей учащихся, развития и саморазвития личности. В связи с этим определены основные приоритеты методики изучения курса:

- обучение через опыт и сотрудничество;
- интерактивность (работа в малых группах, ролевые игры, тренинги);
- личностно-деятельностный и субъект–субъективный подход (больше внимание к личности учащегося, а не целям учителя, равноправное их взаимодействие).

**Цель программы:** Обеспечение индивидуального и систематического сопровождения учащихся при подготовке к ЕГЭ по математике.

## **Задачи курса:**

- 1.Расширение и углубление школьного курса математики.
- 2.Актуализация, систематизация и обобщение знаний учащихся по математике.
- 3.Формирование у учащихся понимания роли математических знаний как инструмента, позволяющего выбрать лучший вариант действий из многих возможных.
- 4.Развитие интереса учащихся к изучению математики.
- 5.Расширение научного кругозора учащихся.
- 6.Обучение старшеклассников решению учебных и жизненных проблем, способам анализа информации, получаемой в разных формах.
- 7.Формирование понятия о математических методах при решении сложных математических задач.
8. Психологическая подготовка к ЕГЭ.

## **Формы и методы контроля:**

Тестирование, самопроверка, взаимопроверка учащимися друг друга, собеседование, письменный и устный зачет, проверочные письменные работы, наблюдение. Количество заданий в тестах по каждой теме не одинаково, они носят комплексный характер, и большая часть их призвана выявить уровень знаний и умений тестируемого.

## **Организация и проведение аттестации учащихся**

Предусмотрено проведение промежуточных тестов-зачетов по окончании каждого модуля и итоговой зачетной работы.

При прослушивании блоков лекционного материала и проведения семинара, закрепляющего знания учащихся, предусматривается индивидуальное или групповое домашнее задание, содержащее элементы исследовательской работы, задачи для самостоятельного решения. Защита решений и результатов исследований проводится на выделенном для этого занятии и оценивается по пятибалльной системе или системе «зачет-незачет», в зависимости от уровня подготовленности группы.

Экзамен содержит 19 заданий, ориентированных на проверку освоения базовых умений. Эти задания включали в себя следующее предметное содержание: действия с целыми, рациональными числами; нахождения процентов от числа; табличное и графическое представление данных – чтение диаграмм и применение математических методов для решения содержательных задач из практики; чтение графика функции.

## **Ожидаемые результаты**

В результате освоения содержания дополнительной программы по математике, обучающиеся должны достигнуть следующего уровня развития:

- уметь решать задачи «обязательного минимума» всех модулей («Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика») ЕГЭ;
- составлять планы решения конкретных задач и алгоритмы рассуждений для различных типов задач;
- работать с текстом задачи, находить скрытую информацию, трансформировать полученную информацию из одного вида в другой;
- составлять обобщающие таблицы теоретического материала к задачам по разным темам;
- представлять наглядно ситуацию, рассматриваемую в конкретной задаче в виде краткой записи, схемы, рисунка, чертежа;
- использовать математические модели, понимая их роль в текстовых задачах;
- находить общее в подходах к решению задач в различных видах, по различным темам;
- использовать уже решенные задачи для уточнения и углубления своих знаний;
- проверять математический смысл решений.

## **Формы подведения итогов.**

Оценка предметных результатов обучающихся после изучения нескольких задач каждого модуля – промежуточная практическая (тестовая) работа. По итогам изучения модуля – зачетная работа в форме ЕГЭ. Оценочные тесты расположены в приложении программы.

### Календарно-тематическое планирование (1 год обучения)

| № | Содержание учебного материала                                                                                          | Кол-во часов |          |           | Форма контроля              |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|----------|-----------|-----------------------------|
|   |                                                                                                                        | Всего        | теория   | практика  |                             |
| 1 | <b>«Простейшие текстовые задачи»</b>                                                                                   | <b>4</b>     | <b>1</b> | <b>3</b>  | Тест<br>смотреть приложение |
|   | <i>Вычисления. Округление с недостатком. Округление с избытком. Проценты. Проценты и округление.</i>                   | 4            | 1        | 3         |                             |
| 2 | <b>«Графики и диаграммы»</b>                                                                                           | <b>4</b>     | <b>1</b> | <b>3</b>  | Тест<br>смотреть приложение |
|   | <i>Определение величины по графику. Определение величины по диаграмме. Вычисление величин по графику или диаграмме</i> | 4            | 1        | 3         |                             |
| 3 | <b>«Геометрические фигуры на плоскости: нахождение длины, площади, угла, координат»</b>                                | <b>4</b>     | <b>1</b> | <b>3</b>  | Тест<br>смотреть приложение |
|   | <i>Многоугольники: вычисление длин, углов, площадей. Круг и его элементы. Координатная плоскость.</i>                  | 4            | 1        | 3         |                             |
| 4 | <b>«Начала теории вероятностей»</b>                                                                                    | <b>4</b>     | <b>1</b> | <b>3</b>  | Тест<br>смотреть приложение |
|   | <i>Классическое определение вероятности. Теоремы о вероятностях событий.</i>                                           | 4            | 1        | 3         |                             |
| 5 | <b>«Простейшие уравнения»</b>                                                                                          | <b>28</b>    | <b>4</b> | <b>24</b> | Тест<br>смотреть приложение |
|   | <i>Линейные, квадратные, кубические уравнения.</i>                                                                     | 4            | 1        | 3         |                             |
|   | <i>Рациональные, иррациональные уравнения.</i>                                                                         | 4            | 1        | 3         |                             |
|   | <i>Показательные, логарифмические уравнения.</i>                                                                       | 10           | 1        | 9         |                             |
|   | <i>Тригонометрические уравнения.</i>                                                                                   | 10           | 1        | 9         |                             |
| 6 | <b>«Геометрические фигуры на плоскости: вычисление величин с использованием углов»</b>                                 | <b>6</b>     | <b>3</b> | <b>3</b>  | Тест<br>смотреть приложение |
|   | <i>Прямоугольные, равнобедренные треугольники. Треугольники общего вида.</i>                                           | 2            | 1        | 1         |                             |
|   | <i>Параллелограмм. Трапеция.</i>                                                                                       | 2            | 1        | 1         |                             |
|   | <i>Центральные и вписанные углы. Касательная, хорда, секущая. Вписанные и описанные окружности.</i>                    | 2            | 1        | 1         |                             |
| 7 | <b>«Производная и первообразная функции»</b>                                                                           | <b>18</b>    | <b>6</b> | <b>12</b> | Тест<br>смотреть            |

|    |                                                                                                                                                     |           |          |           |                                |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|----------|-----------|--------------------------------|
|    | <i>Физический смысл производной.</i>                                                                                                                | 2         | 1        | 1         | приложение                     |
|    | <i>Производная и касательная.</i>                                                                                                                   | 2         | 1        | 1         |                                |
|    | <i>Применение производной к исследованию функции.</i>                                                                                               | 2         | 1        | 1         |                                |
|    | <i>Определение свойств производной по заданной функции.</i>                                                                                         | 4         | 1        | 3         |                                |
|    | <i>Определение свойств функции по заданной производной.</i>                                                                                         | 4         | 1        | 3         |                                |
|    | <i>Первообразная.</i>                                                                                                                               | 4         | 1        | 3         |                                |
| 8  | <b>«Геометрические фигуры в пространстве: нахождение длины, площади, объема»</b>                                                                    | <b>4</b>  | <b>1</b> | <b>3</b>  | Тест<br>смотреть<br>приложение |
|    | <i>Параллелепипед. Многогранник. Призма. Пирамида</i>                                                                                               | 4         | 1        | 3         |                                |
| 9  | <b>«Преобразования выражений»</b>                                                                                                                   | <b>5</b>  | <b>1</b> | <b>4</b>  | Тест<br>смотреть<br>приложение |
|    | <i>Логарифмические выражения. Тригонометрические выражения. Алгебраические выражения. Выражения со степенями. Числовые иррациональные выражения</i> | 5         | 1        | 4         |                                |
| 10 | <b>«Прикладные задачи»</b>                                                                                                                          | <b>4</b>  | <b>2</b> | <b>2</b>  | Тест<br>смотреть<br>приложение |
|    | <i>Тригонометрические уравнения.</i>                                                                                                                | 2         | 1        | 1         |                                |
|    | <i>Квадратные и степенные уравнения. Иррациональные уравнения. Рациональные уравнения</i>                                                           | 2         | 1        | 1         |                                |
| 11 | <b>«Текстовые задачи»</b>                                                                                                                           | <b>2</b>  | -        | <b>2</b>  | Тест<br>смотреть<br>приложение |
|    | <i>Арифметические и геометрические прогрессии.</i>                                                                                                  | 1         | -        | 1         |                                |
|    | <i>Задачи на движение. Задачи на совместную работу. Задачи на проценты</i>                                                                          | 1         | -        | 1         |                                |
| 12 | <b>«Точки экстремума функции»</b>                                                                                                                   | <b>4</b>  | -        | <b>4</b>  | Тест<br>смотреть<br>приложение |
|    | <i>Точки экстремума функции</i>                                                                                                                     | 1         | -        | 1         |                                |
|    | <i>Исследование производений</i>                                                                                                                    | 1         | -        | 1         |                                |
|    | <i>Тригонометрические функции.</i>                                                                                                                  | 1         | -        | 1         |                                |
|    | <i>Степенные функции</i>                                                                                                                            | 1         | -        | 1         |                                |
| 13 | <b>«Тригонометрические уравнения»</b>                                                                                                               | <b>12</b> | <b>2</b> | <b>10</b> | Тест<br>смотреть               |
|    | <i>Тригонометрические уравнения</i>                                                                                                                 | 10        | 1        | 9         |                                |

|    |                                                                                                                               |            |           |            |                                |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|-----------|------------|--------------------------------|
|    | <i>Область допустимых значений (ОДЗ)</i>                                                                                      | 2          | 1         | 1          | приложение                     |
| 14 | <b>«Стереометрия. Расстояния и углы в пространстве»</b>                                                                       | <b>12</b>  | <b>1</b>  | <b>11</b>  | Тест<br>смотреть<br>приложение |
|    | <i>Задачи на доказательство и нахождение величин. Угол между плоскостями. Угол между прямой и плоскостью. Площадь сечения</i> | 12         | 1         | 11         |                                |
| 15 | <b>«Неравенства»</b>                                                                                                          | <b>2</b>   | <b>1</b>  | <b>1</b>   | Тест<br>смотреть<br>приложение |
|    | <i>Рациональные неравенства</i>                                                                                               | 2          | 1         | 1          |                                |
| 16 | <b>«Планиметрия»</b>                                                                                                          | <b>14</b>  | <b>1</b>  | <b>13</b>  | Тест<br>смотреть<br>приложение |
|    | <i>Окружности и треугольники</i>                                                                                              | 14         | 1         | 13         |                                |
| 17 | <b>«Практические задачи»</b>                                                                                                  | <b>3</b>   | <b>1</b>  | <b>2</b>   | Тест<br>смотреть<br>приложение |
|    | <i>Практические задачи</i>                                                                                                    | 3          | 1         | 2          |                                |
| 18 | <b>«Задачи с параметром»</b>                                                                                                  | <b>3</b>   | <b>1</b>  | <b>2</b>   | Тест<br>смотреть<br>приложение |
|    | <i>Системы уравнений с параметром</i>                                                                                         | 3          | 1         | 2          |                                |
| 19 | <b>«Задачи с числами»</b>                                                                                                     | <b>3</b>   | <b>1</b>  | <b>2</b>   | Тест<br>смотреть<br>приложение |
|    | <i>Числа и их свойства</i>                                                                                                    | 3          | 1         | 2          |                                |
| 20 | Решение экзаменационной работы                                                                                                | 8          | -         | 8          | работа с<br>бланками<br>ЕГЭ    |
|    | <b>ИТОГО:</b>                                                                                                                 | <b>144</b> | <b>29</b> | <b>115</b> |                                |

## **Содержание программы.**

### **1. «Простейшие текстовые задачи»**

Теория: Вычисления. Округление с недостатком. Округление с избытком. Проценты. Проценты и округление.

Практика: Уметь выполнять вычисления при решении задач на проценты. Округлять с недостатком и с избытком.

### **2.«Графики и диаграммы»**

Теория: Определение величины по графику. Определение величины по диаграмме. Вычисление величин по графику или диаграмме.

Практика: Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций

### **3.«Геометрические фигуры на плоскости: нахождение длины, площади, угла, координат»**

Теория: Многоугольники: вычисление длин, углов, площадей. Круг и его элементы. Координатная плоскость.

Практика: Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)

### **4.«Начала теории вероятностей»**

Теория: Классическое определение вероятности. Теоремы о вероятностях событий.

Практика: Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий.

### **5. «Простейшие уравнения»**

Теория: Линейные, квадратные, кубические уравнения. Рациональные, иррациональные уравнения. Показательные, логарифмические уравнения. Тригонометрические уравнения.

Практика: Уметь решать линейные, квадратные, кубические уравнения; рациональные, иррациональные уравнения; показательные, логарифмические уравнения; тригонометрические уравнения.

### **6. «Геометрические фигуры на плоскости: вычисление величин с использованием углов»**

Теория: Прямоугольные, равнобедренные треугольники. Треугольники общего вида. Параллелограмм. Трапеция. Центральные и вписанные углы. Касательная, хорда, секущая. Вписанные и описанные окружности.



Практика: Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин с использованием углов.

## **7. «Производная и первообразная функции»**

Теория: Физический смысл производной. Производная и касательная. Применение производной к исследованию функции. Определение свойств производной по заданной функции. Определение свойств функции по заданной производной. Первообразная.

Практика: Знать физический смысл производной. Применять производную к исследованию функции. Определять свойства производной по заданной функции. Определять свойства функции по заданной производной. Уметь находить первообразную.

## **8. «Геометрические фигуры в пространстве: нахождение длины, площади, объема»**

Теория: Параллелепипед. Многогранник. Призма. Пирамида

Практика: Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.

## **9. «Преобразования выражений»**

Теория: Логарифмические выражения. Тригонометрические выражения. Алгебраические выражения. Выражения со степенями. Числовые иррациональные выражения

Практика: Упрощать логарифмические выражения; тригонометрические выражения; алгебраические выражения; выражения со степенями; числовые иррациональные выражения.

## **10. «Прикладные задачи»**

Теория: Тригонометрические уравнения. Квадратные и степенные уравнения. Иррациональные уравнения. Рациональные уравнения.

Практика: Решать тригонометрические уравнения; квадратные и степенные уравнения; иррациональные уравнения; рациональные уравнения.

## **11. «Текстовые задачи»**

Теория: Арифметические и геометрические прогрессии. Задачи на движение. Задачи на совместную работу. Задачи на проценты.

Практика: Находить арифметическую и геометрическую прогрессии. Решать задачи на движение; задачи на совместную работу; задачи на проценты.

## **12. «Точки экстремума функции»**

Теория: Точки экстремума функции. Исследование производений.

Тригонометрические функции. Степенные функции .

Практика: Находить точки экстремума функции. Исследовать производную.

Понимать тригонометрические функции, степенные функции.

## **13. «Тригонометрические уравнения»**

Теория: Тригонометрические уравнения

Практика: Решать тригонометрические уравнения

## **14. «Стереометрия. Расстояния и углы в пространстве»**

Теория: Задачи на доказательство и нахождение величин. Угол между плоскостями.

Угол между прямой и плоскостью. Площадь сечения.

Практика: Решать задачи на доказательство и нахождение величин. Находить угол между плоскостями; угол между прямой и плоскостью; площадь сечения.

## **15. «Неравенства»**

Теория: Рациональные неравенства.

Практика: Решать рациональные неравенства.

## **16. «Планиметрия»**

Теория: Окружности и треугольники.

Практика: Проводить доказательные рассуждения при решении задач с окружностями и треугольниками.

## **17. «Практические задачи»**

Теория: Практические задачи

Практика: Решать практические задачи.

## **18. «Задачи с параметром»**

Теория: Системы уравнений с параметром.

Практика: Решать задачи с помощью Системы уравнений с параметром.

## **19. «Задачи с числами»**

Теория: Числа и их свойства.

Практика: Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

## **Материально-техническое оснащение:**

Кабинет для занятий включая типовую мебель, стационарный компьютер, доска меловая, доска магнитная.

## **Список литература:**

1. ЕГЭ: 4000 задач с ответами по математике. Все задания «Закрытый сегмент». Базовый и профильный уровни / И.В. Ященко, И.Р. Высоцкий, А.В. Забелин и др. Под ред. И.В. Ященко. – М.: Экзамен, 2017. – 703 с.
2. Я сдам ЕГЭ! Математика. Модульный курс. Практика и диагностика. Профильный уровень / И.В. Ященко, С.А. Шестаков. – М.: Просвещение, 2017. – 304 с.
3. Я сдам ЕГЭ! Математика. Модульный курс. Методика подготовки. Ключи и ответы: учеб. пособие для общеобразоват. организаций: профил. уровень / И.В. Ященко, С.А. Шестаков. – М.: Просвещение, 2017. – 384 с.
4. ЕГЭ 2018. Математика. Профильный уровень. Задачи с параметром / Ю.В. Садовничий. – М.: УЧПЕДГИЗ, 2018. – 126 с.
5. ЕГЭ. Математика: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. И.В. Ященко. – М.: Национальное образование, 2017. – 272 с.
6. ЕГЭ. Математика: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. И.В. Ященко. – М.: Национальное образование, 2021. – 256 с.

## **Интернет-ресурсы:**

1. <http://alleng.org/d/math/math1948.htm>
2. <http://alleng.org/d/math/math2075.htm>
3. <http://alleng.org/d/math/math2126.htm>
4. <http://alleng.org/d/math/math2321.htm>
5. <https://nashol.com/2017021493105/ege-matematika-profilnii-uroven-tipovie-ekzamenacionnie-varianti-36-variantov-yaschenko-i-v-2017.html>

## ТЕСТ

### 3-1

- 1) Сырок стоит 7 рублей 20 копеек. Какое наибольшее число сырков можно купить на 60 рублей?
- 2) Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?
- 3) Вера отправила SMS-сообщения с новогодними поздравлениями своим 26 друзьям. Стоимость одного SMS-1 рубль 20 копеек. Перед отправкой сообщений на счете у Веры оставалось 46 рублей. Сколько рублей останется у Веры после отправки всех сообщений?
- 4) Магазин делает пенсионерам скидку на определенное количество процентов от цены покупки. Пакет кефира стоит в магазине 40 рублей. Пенсионер заплатил за пакет кефира 38 рублей. Сколько процентов составляет скидка для пенсионеров?
- 5) Студент получил свой первый гонорар 1500 рублей за выполненный перевод. Какое наибольшее количество роз для своей девушки сможет купить студент на все деньги, если удержанный у него налог на доходы составляет 13% гонорара, а розы стоят 120 рублей за штуку, и букет должен состоять из нечетного количества роз?

### 3-3

- 1) Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 12 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продается в пакетиках по 10 г. Какое наименьшее число пачек нужно купить хозяйке для приготовления 6 литров маринада?
- 2) В пачке 500 листов бумаги формата A4. За неделю в офисе расходуется 1200 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 4 недели?
- 3) Каждый день во время конференции расходуется 120 пакетиков чая. Конференция длится 3 дня. Чай продается в пачках по 50 пакетиков. Сколько пачек нужно купить на все дни конференции?
- 4) Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 5%. Книга стоит 200 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?
- 5) В июне 1 кг помидоров стоил 80 рублей. В июле цена помидоров снизилась на 40%, а в августе еще на 50%. Сколько рублей стоил 1 кг помидоров после снижения цены в августе?

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### 3-2

- 1) Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,25 г три раза в день в течение 14 дней. В одной упаковке 20 таблеток лекарства по 0,25 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?
- 2) Шоколадка стоит 35 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 200 рублей в воскресенье?
- 3) Для ремонта квартиры купили 42 рулона обоев. Сколько пачек обойного клея нужно купить, если одна пачка клея рассчитана на 8 рулонов?
- 4) При оплате услуг через платежный терминал взимается комиссия 5%. Терминал принимает суммы кратные 10 рублям. Аня хочет положить на счет своего мобильного телефона не меньше 300 рублей. Какую минимальную сумму она должна положить в приемное устройство данного терминала?
- 5) Цена на электрический чайник была понижена на 15% и составила 3060 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

### 3-4

- 1) Аня купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 41 поездку. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет стоит 580 рублей, а разовая поездка — 20 рублей?
- 2) В летнем лагере 218 детей и 26 воспитателей. В автобус помещается не более 45 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевезти всех из лагеря в город?
- 3) В обменном пункте одна украинская гривна стоит 3 рубля 70 копеек. Отдыхающие обменяли рубли на гривны и купили 3 кг помидоров по цене 4 гривны за 1 кг. Во сколько рублей обошлась им эта покупка? Ответ округлите до целого числа.
- 4) Шариковая ручка стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 900 рублей после повышения цены на 10%?
- 5) В школе 1200 учеников, из них 35% - ученики начальной школы. Среди учеников средней и старшей школы 25% изучают немецкий язык. Сколько учеников в школе изучают немецкий язык, если в начальной школе немецкий язык не изучается?

**3-5**

- 1) На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 30 рублей за штуку. У Вани есть 500 рублей. Из какого наибольшего числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?
- 2) В летнем лагере на каждого участника полагается 40 г сахара в день. В лагере 160 человек. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 6 дней?
- 3) Маша отправила SMS-сообщения с новогодними поздравлениями своим 16 друзьям. Стоимость одного SMS-1 рубль 30 копеек. Перед отправкой сообщений на счете у Веры оставалось 30 рублей. Сколько рублей останется у Маши после отправки всех сообщений?
- 4) В сентябре 1 кг слив стоил 60 рублей. В октябре сливы подорожали на 25%. Сколько рублей стоил 1 кг слив после подорожания в октябре?
- 5) Среди 40000 жителей города 65% не интересуется футболом. Среди футбольных болельщиков 90% смотрело по телевизору финал Лиги чемпионов. Сколько жителей города смотрело этот матч?

**3-6**

- 1) В летнем лагере на каждого участника полагается 40 г сахара в день. В лагере 166 человек. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 5 дней?
- 2) Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 16 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продается в пакетиках по 10 г. Какое наименьшее число пачек нужно купить хозяйке для приготовления 9 литров маринада?
- 3) В школе есть трехместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвуют 20 человек?
- 4) Студент получил свой первый гонорар в размере 700 рублей за выполненный перевод. Он решил на все полученные деньги купить букет тюльпанов для своей учительницы английского языка. Какое наибольшее количество тюльпанов сможет купить студент, если удержанный у него налог на доходы составляет 13% гонорара, тюльпаны стоят 60 рублей за штуку и букет должен состоять из нечетного числа цветов?
- 5) Пачка сливочного масла стоит 60 рублей. Сколько рублей заплатит за 1 пачку пенсионер, если для него в магазине скидка 5%?

**3-7**

- 1) Таксист за месяц проехал 6000 км. Стоимость 1 литра бензина — 20 рублей. Средний расход бензина на 100 км составляет 9 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?
- 2) Сырок стоит 8 рублей 60 копеек. Какое наибольшее число сырков можно купить на 50 рублей?
- 3) В обменном пункте одна гривна стоит 3 рубля 90 копеек. Отдыхающие обменяли рубли на гривны и купили арбуз весом 6 кг по цене 2 гривны за 1 кг. Во сколько рублей обошлась им эта покупка? Ответ округлите до целого числа.
- 4) Клиент взял в банке кредит 12000 рублей на год под 16%. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем, чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?
- 5) Пара носков стоит 25 рублей. Какое наибольшее число пар носков можно купить на 200 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 40%?

**3-8**

- 1) Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?
- 2) В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1800 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 6 недели?
- 3) Булочка стоит 6 рублей 50 копеек. Какое наибольшее число булочек можно купить на 50 рублей?
- 4) Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 140 рублей за штуку и продает с наценкой 15%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 1000 рублей?
- 5) В городе N живет 200000 жителей. Среди них 20% детей и подростков. Среди взрослых жителей 30% не работает (пенсионеры, студенты, домохозяйки и т.п.). Сколько взрослых жителей работает?

**3-9**

- 1) В школьную библиотеку привезли новые учебники по русскому языку для 5 – 9 классов, по 80 штук для каждой параллели. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 5 полок, на каждой полке помещается 25 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?
- 2) Аня купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 45 поездок. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет стоит 560 рублей, а разовая поездка — 19 рублей?
- 3) Для ремонта квартиры купили 50 рулонов обоев. Сколько пачек обойного клея нужно купить, если одна пачка клея рассчитана на 6 рулонов?
- 4) В сентябре 1 кг винограда стоил 60 рублей, в октябре виноград подорожал на 25%, а в ноябре еще на 20%. Сколько рублей стоил 1 кг винограда после подорожания в ноябре?
- 5) В школе 800 учеников, из них 30% - ученики начальной школы. Среди учеников средней и старшей школы 20% изучают немецкий язык. Сколько учеников в школе изучают немецкий язык, если в начальной школе немецкий язык не изучается?

**3-11**

- 1) Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 80 дней. В одной упаковке 8 таблеток лекарства по 0,25 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?
- 2) В летнем лагере 245 детей и 29 воспитателей. В автобус помещается не более 46 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевезти всех из лагеря в город?
- 3) В супермаркете проходит рекламная акция: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Шоколадка стоит 24 рубля. Какое наибольшее число шоколадок можно получить на 150 рублей?
- 4) Розничная цена учебника 180 рублей, она на 20% выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по оптовой цене на 10000 рублей?
- 5) В школе 124 ученика изучают французский язык, что составляет 25% от числа всех учеников. Сколько учеников учится в школе?

**3-10**

- 1) Для приготовления вишневого варенья на 1 кг вишни нужно 1,5 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 27 кг вишни?
- 2) Теплоход рассчитан на 500 пассажиров и 15 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 80 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?
- 3) Каждый день во время конференции расходуется 70 пакетиков чая. Конференция длится 6 дня. Чай продается в пачках по 50 пакетиков. Сколько пачек нужно купить на все дни конференции?
- 4) Среди 40000 жителей города 60% не интересуется футболом. Среди футбольных болельщиков 80% смотрело по телевизору финал Лиги чемпионов. Сколько жителей города смотрело этот матч?
- 5) Тетрадь стоит 24 рубля. Сколько рублей заплатит покупатель за 60 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 10% от стоимости всей покупки?

**3-12**

- 1) В университетскую библиотеку привезли новые учебники по геометрии для 1-3 курсов, по 390 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 9 полок, на каждой полке помещается 25 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?
- 2) Таксист за месяц проехал 6000 км. Стоимость 1 литра бензина — 22 рубля. Средний расход бензина на 100 км составляет 10 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?
- 3) Большой корабль не может подойти к берегу, поэтому пассажиров отвозят с корабля на шлюпке, вмещающей 8 пассажиров. Сколько раз шлюпка приставала к берегу, если отвезли 30 пассажиров?
- 4) В городе N живет 200000 жителей. Среди них 15% детей и подростков. Среди взрослых жителей 45% не работает (пенсионеры, студенты, домохозяйки и т.п.). Сколько взрослых жителей работает?
- 5) Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 120 рублей за штуку и продает с наценкой 20%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 1000 рублей?

**3-13**

- 1) Летом килограмм клубники стоит 80 рублей. Мама купила 1 кг 200 г клубники. Сколько рублей сдачи она получит с 500 рублей?
- 2) В летнем лагере на каждого участника полагается 15 г масла в день. В лагере 87 человек. Сколько упаковок масла по 200 г понадобится на 1 день?
- 3) В спортивном лагере по настольному теннису каждый день теряется или ломается 8 теннисных шариков. Лагерная смена длится 18 дней. Шарик продаются упаковками по 10 штук. Какое наименьшее количество упаковок шариков нужно купить на одну лагерную смену?
- 4) Только 94% из 27500 выпускников города правильно решили задачу В1. Сколько человек правильно решили задачу В1?
- 5) Мобильный телефон стоил 3500 рублей. Через некоторое время цену на эту модель снизили до 2800 рублей. На сколько процентов была снижена цена?

**3-14**

- 1) Летом килограмм клубники стоит 80 рублей. Мама купила 3 кг 500 г клубники. Сколько рублей сдачи она получит с 1000 рублей?
- 2) На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 70 рублей за штуку. У Пети есть 300 рублей. Из какого наибольшего числа тюльпанов он может купить букет Ире на день рождения?
- 3) Поезд Новосибирск-Красноярск отправляется в 15.20, а прибывает в 4.20 на следующее утро. Сколько часов поезд находится в пути?
- 4) В школе 950 учеников, из них 30% — ученики начальной школы. Среди учеников средней и старшей школы 20% изучают французский язык. Сколько учеников в школе изучают французский язык, если в начальной школе французский язык не изучается?
- 5) В июне 1 кг огурцов стоил 50 рублей. В июле огурцы подешевели на 20%, а в августе еще на 50%. Сколько рублей стоил 1 кг огурцов после снижения цен в августе?

**3-15**

- 1) Маша купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 49 поездок. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет стоит 780 рублей, а разовая поездка — 21 рубль?
- 2) Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 65 миль в час? Ответ округлите до целого числа.
- 3) 1 киловатт-час электроэнергии стоит 1 руб. 60 коп. 1 ноября счетчик электроэнергии показывал: 32544 киловатт-часа, а 1 декабря – 32726 киловатт-часов. Сколько рублей нужно заплатить хозяину квартиры за электроэнергию за ноябрь?
- 4) Оптовая цена учебника 170 рублей. Розничная цена на 20% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 7000 рублей?
- 5) Из 31600 выпускников города правильно решили задачу В1 85%. Сколько человек правильно решили задачу В1?

**3-16**

- 1) Для приготовления клубничного варенья на 1 кг клубники нужно 800 г сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 6 кг клубники?
- 2) Выпускники 11а класса покупают цветы для последнего звонка: букеты из 3 роз каждому учителю и 7 роз классному руководителю и директору. Сколько рублей стоят все розы, если цена одной розы 35 рублей за штуку, а учителей 15 человек?
- 3) 1 киловатт-час электроэнергии стоит 1 руб. 80 коп. 1 ноября счетчик электроэнергии показывал: 12625 киловатт-часов, а 1 декабря – 12802 киловатт-часа. Сколько рублей нужно заплатить хозяину квартиры за электроэнергию за ноябрь?
- 4) Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. После удержания налога на доходы Мария Константиновна получила 9570 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Марии Константиновны?
- 5) Цена на электрический чайник была повышена на 16% и составила 3480 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

**3-17**

- 1) В доме, в котором живет Маша, 9 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находится по 4 квартиры. Маша живет в квартире №130. В каком подъезде живет Маша?
- 2) На счете Сашиного мобильного телефона было 84 рубля, а после разговора с Леной осталось 19 рублей. Сколько длился разговор с Леной, если 1 минута разговора стоит 2 рубля 50 копеек?
- 3) Выпускники 11б класса покупают цветы для последнего звонка: букеты из 5 роз каждому учителю и 7 роз классному руководителю и директору. Сколько рублей стоят все розы, если цена одной розы 25 рублей за штуку, а учителей 18 человек?
- 4) Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 12500 рублей. Сколько рублей он получит после вычета налога на доходы?
- 5) Футболка стоила 800 рублей. После снижения цены она стала стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена на футболку?

**3-18**

- 1) На счете Машиного мобильного телефона было 53 рубля, а после разговора с Леной осталось 8 рублей. Сколько длился разговор с Леной, если 1 минута разговора стоит 2 рубля 50 копеек?
- 2) Сергей Александрович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 42 мили в час? Ответ округлите до целого числа.
- 3) Для приготовления вишневого варенья на 1 кг вишни нужно 1,4 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 3 кг вишни?
- 4) Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25%?
- 5) Призерами городской олимпиады по математике стало 48 учеников, что составило 12% от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

**3-19**

- 1) Больному прописано лекарство, которое нужно принимать по 0,5 г 2 раза в день в течение 7 дней. В одной упаковке 10 таблеток по 0,25г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?
- 2) Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 3 %. Книга стоит 300 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?.
- 3) По тарифному плану «Просто как день» компания сотовой связи каждый вечер снимает со счёта абонента 18 руб. Если на счету осталось меньше 18 руб., то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня утром у Лизы на счету было 800 руб. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёт?
- 4) Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 12 500 рублей. Сколько рублей он получит после вычета налога на доходы?
- 5) Сырок стоит 7 рублей 20 копеек. Какое наибольшее число сырков можно купить на 60 рублей?

**3-20**

- 1) На одну порцию рисовой каши требуется 40 грамм риса и 0,12 литра молока. Какое наибольшее количество порций каши может приготовить столовая, если в ее распоряжении есть 900 грамм риса и 3 литра молока?
- 2) Тетрадь стоит 7 рублей. Сколько рублей заплатит покупатель за 90 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 20% от стоимости всей покупки?
- 3) Ананасы стоят 85 руб. за штуку. Какое максимальное число ананасов можно купить на 500 руб., если их цена снизится на 20%?
- 4) Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3300 рублей. До установки счётчиков за воду платили 800 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 300 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?
- 5) Флакон шампуня стоит 150 рублей. Какое наибольшее количество флаконов можно купить на 800 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25 %?



**3-21**

- 1) В доме, в котором живёт Женя, один подъезд. На каждом этаже по восемь квартир. Женя живёт в квартире 87. На каком этаже живёт Женя?
- 2) Стоимость проезда в маршрутном такси составляет 20 руб. Какое наибольшее число поездок можно будет совершить в этом маршрутном такси на 150 руб., если цена проезда снизится на 10%?
- 3) Цена на электрический чайник была повышена на 22% и составила 2196 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?
- 4) В магазине «Сделай сам» вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 10% от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 3300 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?
- 5) В школе французский язык изучают 124 учащихся, что составляет 25% от числа всех учащихся школы. Сколько учащихся в школе?

**3-23**

- 1) На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 35 рублей за штуку. У Вани есть 160 рублей. Из какого наибольшего числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?
- 2) Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?
- 3) Летом килограмм клубники стоит 80 рублей. Мама купила 1 кг 200 г клубники. Сколько рублей сдачи она получит с 500 рублей?
- 4) Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 65 миль в час? Считайте, что 1 миля равна 1609 м. Ответ округлите до целого числа.
- 5) Флакон шампуня стоит 140 рублей. Какое наибольшее количество флаконов можно купить на 900 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 35 %?

**3-22**

- 1) Тетрадь стоит 14 рублей. Сколько рублей заплатит покупатель за 70 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 5% от стоимости всей покупки?
- 2) В квартире установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). Показания счётчика 1 марта составляли 128 куб. м воды, а 1 апреля — 136 куб. м. Сколько нужно заплатить за холодную воду за март, если стоимость 1 куб. м холодной воды составляет 21 руб. 50 коп.? Ответ дайте в рублях.
- 3) Только 57% из 23 000 выпускников города правильно решили задачу В9. Сколько человек правильно решили задачу В9?
- 4) Диагональ экрана телевизора 21 дюйм. Выразите диагональ экрана в сантиметрах, если в одном дюйме 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.
- 5) Для приготовления вишнёвого варенья на 1 кг вишни нужно 1,5 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 16 кг вишни?

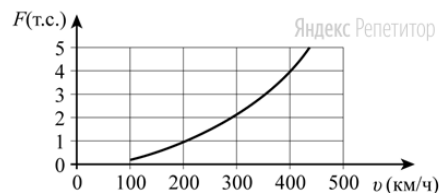
**3-24**

- 1) Розничная цена учебника 132 рубля, она на 20% выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по оптовой цене на 5000 рублей?
- 2) Каждый день во время конференции расходуется 90 пакетиков чая. Конференция длится 3 дня. Чай продаётся в пачках по 50 пакетиков. Сколько пачек чая нужно купить на все дни конференции?
- 3) По тарифному плану «Просто как день» компания сотовой связи каждый вечер снимает со счёта абонента 16 руб. Если на счёту осталось меньше 16 руб., то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня утром у Лизы на счёту было 300 руб. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёт?
- 4) Студентами технических вузов собираются стать 27 выпускников школы. Они составляют 30% от числа выпускников. Сколько в школе выпускников?
- 5) В летнем лагере на каждого участника полагается 40 г сахара в день. В лагере 181 человек. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 5 дней?

## Задание 2. Графики и диаграммы: все задания

### 1. Задание

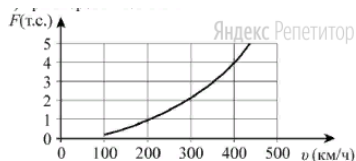
Когда самолёт находится в горизонтальном полёте, подъёмная сила, действующая на крылья, зависит от скорости движения. На рисунке изображена эта зависимость для некоторого самолёта. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат — сила (в тоннах силы).



Определите по рисунку, чему равна подъёмная сила (в тоннах силы) при скорости 400 км/ч.

### 2. Задание

Когда самолёт находится в горизонтальном полёте, подъёмная сила, действующая на крылья, зависит от скорости движения. На рисунке изображена эта зависимость для некоторого самолёта. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат — сила (в тоннах силы).

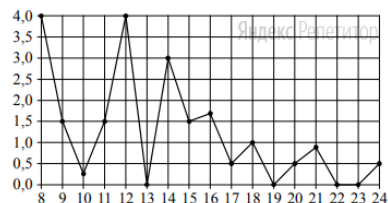


Определите по рисунку, чему равна подъёмная сила (в тоннах силы) при скорости 200 км/ч.

### 3. Задание

На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 г.

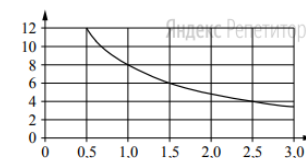
По горизонтали указаны числа месяца; по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



Определите по рисунку, какого числа в Томске впервые выпало ровно 1,5 миллиметра осадков.

### 4. Задание

Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя: чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и быстрее вращается мотор отопителя. На графике показана зависимость силы тока от величины сопротивления.

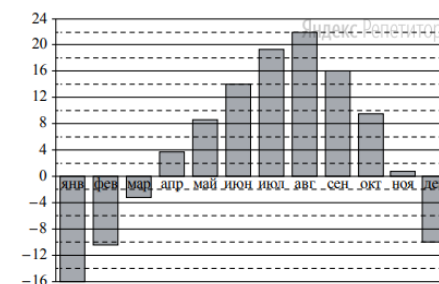


На горизонтальной оси отмечено сопротивление в омах; на вертикальной оси — сила тока в амперах.

Определите по графику, на сколько омов увеличилось сопротивление в цепи при уменьшении силы тока с 12 ампер до 4 ампер.

### 5. Задание

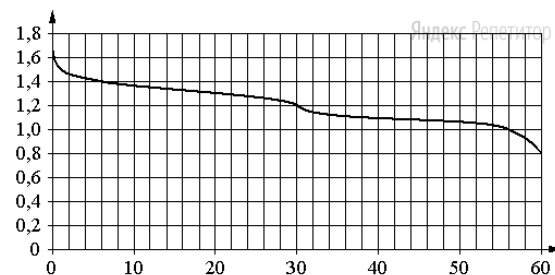
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха во Владивостоке за каждый месяц 2013 г. По горизонтали указываются месяцы; по вертикали — температура в градусах Цельсия.



Определите по приведённой диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной среднемесячной температурой.

## 6. Задание

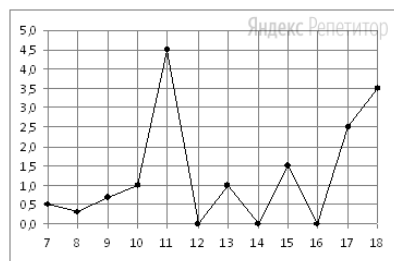
При работе машинки на пульте управления происходит постепенная разрядка батарейки, что приводит к падению напряжения. На графике изображена зависимость напряжения в цепи от времени работы игрушки. На горизонтальной оси отмечено время работы машинки в минутах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Скорость машинки связана с напряжением по формуле  $v = \frac{U^2}{10}$  (м/с).



Пользуясь графиком, определите какую скорость будет иметь машинка через 30 минут работы. Ответ дайте в метрах в секунду.

## 7. Задание

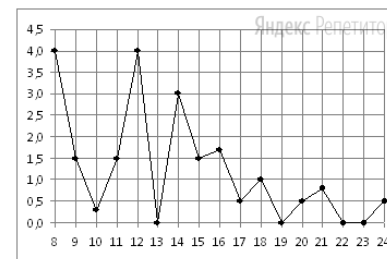
На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало менее 2 миллиметров осадков.

## 8. Задание

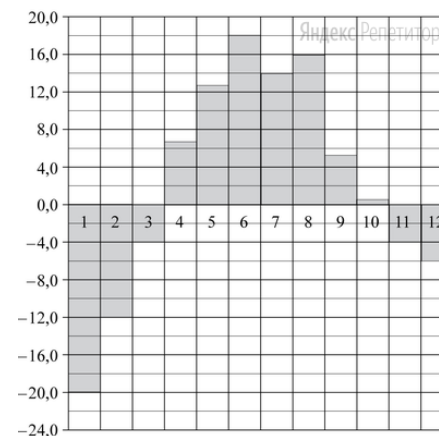
На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало менее 2 миллиметров осадков.

## 9. Задание

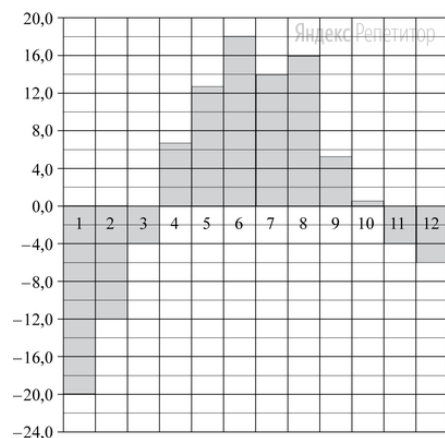
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



Определите по диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной среднемесячной температурой в 1973 году.

**10. Задание**

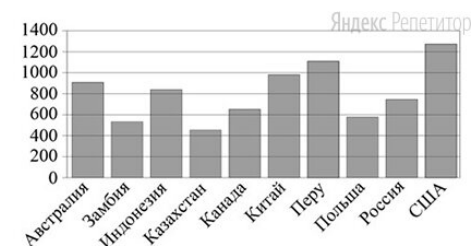
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



Определите по диаграмме, сколько было месяцев с положительной среднемесячной температурой в 1973 году.

**11. Задание**

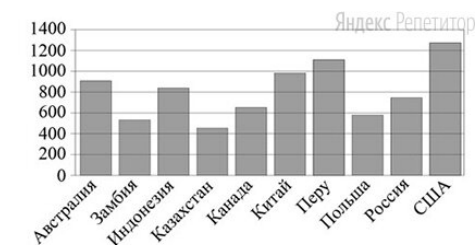
На диаграмме показано распределение выплавки меди (в тысячах тонн) в 10 странах мира в 2006 году.



Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимало Перу?

**12. Задание**

На диаграмме показано распределение выплавки меди (в тысячах тонн) в 10 странах мира в 2006 году.

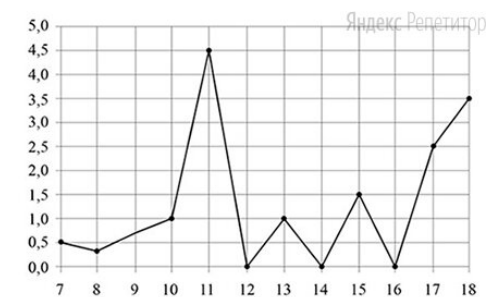


Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимал Китай?

**13. Задание**

На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года.

По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.

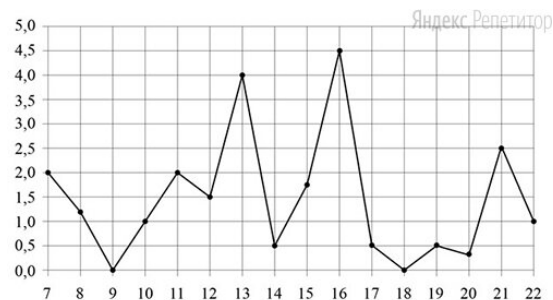


Определите по рисунку, сколько дней в этот период выпадало более 2 миллиметров осадков.

**14. Задание**

На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Мурманске с 7 по 22 ноября 1995 года.

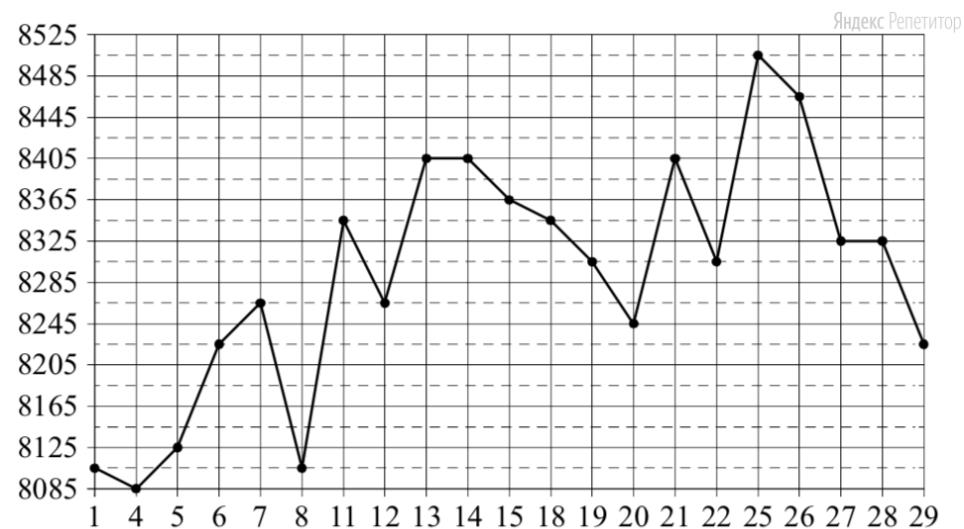
По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



Определите по рисунку, сколько дней в этот период выпадало более 3 миллиметров осадков.

**15. Задание**

На рисунке жирными точками показана цена меди на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни в октябре 2010 года. По горизонтали указаны числа месяца, по вертикали — цена меди в долларах США за тонну. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



Определите по рисунку наименьшую цену меди за данный период.

Ответ дайте в долларах США за тонну.

Тест :

## Многоугольники

### Вариант 1

1

Из одной вершины десятиугольника провели все возможные диагонали. На какое количество треугольников они разбили данный многоугольник?

1) 9

2) 6

3) 8

4) 10

2

В равностороннем треугольнике с длиной стороны, равной 18 см, через середину одной из них проведены прямые, параллельные двум другим сторонам треугольника. Тогда периметр образовавшегося четырехугольника будет равен:

1) 18 см

2) 36 см

3) 48 см

4) 72 см

3

В ромбе перпендикуляр, проведенный из вершины тупого угла к стороне ромба, делит эту сторону пополам. Найдите углы ромба.

1)  $90^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $90^\circ$  и  $90^\circ$

2)  $60^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $120^\circ$  и  $120^\circ$

3)  $45^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $135^\circ$  и  $135^\circ$

4)  $30^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $150^\circ$  и  $150^\circ$ .

4

В трапеции ABCD (основания AD и BC) диагональ острого угла A является биссектрисой данного угла. Тогда треугольник ABC является:

1) равнобедренным тупоугольным

2) равнобедренным прямоугольным

3) равносторонним

4) разносторонним.

5

Вычислите внешний угол правильного восьмиугольника.

1)  $55^\circ$

2)  $60^\circ$

3)  $45^\circ$

4)  $35^\circ$

## Вариант 2

1 Сумма градусных мер двух противоположных углов выпуклого четырехугольника равна  $260^\circ$ . Найдите градусную меру меньшего из двух других углов этого четырехугольника, если градусная мера большего из них равна  $60^\circ$ .

1)  $40^\circ$

2)  $140^\circ$

3)  $85^\circ$

4)  $95^\circ$

2 Углы в параллелограмме ABCD  $\angle C = 60^\circ$ ,  $\angle B = 120^\circ$ .  
Найдите градусную меру угла D.

Ответ:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

3 Периметр прямоугольника равен 28 см, а одна из его сторон меньше другой на 4 см.  
Найдите меньшую сторону прямоугольника.

Ответ:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

4 Из вершины N параллелограмма MNKL провели высоту NP. Тогда четырехугольник NPLK является

- 1) ромбом
- 2) равнобедренной трапецией
- 3) прямоугольной трапецией
- 4) прямоугольником.

5 Найдите число сторон правильного многоугольника, если его угол равен  $140^\circ$ .

1) 8

2) 9

3) 10

4) 12





## Вариант 4

- 1** Все углы выпуклого десятиугольника равны между собой. В этом случае градусная мера каждого из углов десятиугольника равна
- 1)  $80^\circ$                       2)  $144^\circ$                       3)  $60^\circ$                       4)  $105^\circ$
- 2** Даны 3 точки А, В, С, не лежащие на одной прямой. Параллелограммов с вершинами в этих точках, таких, чтобы отрезок АС был диагональю, можно построить:
- 1) 1                      2) 2                      3) 3                      4) 4
- 3** Квадрат можно сложить из двух равных треугольников, которые являются:
- 1) равносторонними                      2) прямоугольными  
3) равнобедренными                      4) равнобедренными прямоугольными
- 4** Углы при основании трапеции равны  $71^\circ$  и  $34^\circ$ . Тогда остальные углы трапеции будут равны:
- 1)  $34^\circ$  и  $71^\circ$                       2)  $56^\circ$ ,  $19^\circ$   
3)  $105^\circ$ ,  $75^\circ$ ;                      4)  $109^\circ$ ,  $146^\circ$ .
- 5** Найдите число сторон правильного многоугольника, если его внешний угол равен  $24^\circ$
- 1) 15                      2) 10                      3) 12                      4) 16

ОТВЕТЫ:

| Вариант | Номер задания |     |   |   |   |
|---------|---------------|-----|---|---|---|
|         | 1             | 2   | 3 | 4 | 5 |
| 1       | 3             | 2   | 2 | 1 | 3 |
| 2       | 1             | 120 | 5 | 3 | 2 |
| 3       | 4             | 3   | 2 | 1 | 2 |
| 4       | 2             | 1   | 4 | 4 | 1 |

# Тест по теории вероятностей (1 вариант)

Для решения всех задач этого теста используйте классическое определение вероятности.  
А именно:

## Определение

Пусть у нас имеется набор из  $n$  различных объектов. Пусть из всего этого набора нас устраивает лишь  $k$  объектов.

Тогда *вероятность*  $P$ , что мы выберем устраивающий объект из всего набора, рассчитывается по формуле:

$$P = \frac{k}{n}$$

Таким образом, задача В10 ЕГЭ по математике всегда сводится к нахождению чисел  $k$  и  $n$ , которые затем остается лишь разделить друг на друга. Поэтому внимательно читайте условия задач — эти числа почти всегда присутствуют в них. Главное — понять, что от вас требуется.

## • В1

В партии из 800 кирпичей есть 14 бракованных. Мальчик выбирает наугад один кирпич из этой партии и бросает его с восьмого этажа стройки. Какова вероятность, что брошенный кирпич окажется бракованным?

☐

## • В2

Экзаменационный сборник по физике для 11 класса состоит из 75 билетов. В 12 из них встречается вопрос о лазерах. Какова вероятность, что ученик Степа, выбирая билет наугад, наткнется на вопрос о лазерах?

☐

## • В3

На чемпионате по бегу на 100 м выступают 3 спортсмена из Италии, 5 спортсменов из Германии и 4 — из России. Номер дорожки для каждого спортсмена определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что на второй дорожке будет стоять спортсмен из Италии?

☐

## • В4

В магазин завезли 1500 бутылок водки. Известно, что 9 из них — просроченные. Найти вероятность того, что алкоголик, выбирающий одну бутылку наугад, в итоге купит именно просроченную.

☐

## • В5

В городе работают 120 офисов различных банков. Бабуля выбирает один из этих банков наугад и открывает в нем вклад на 100 000 рублей. Известно, что во время кризиса 36 банков разорились, и вкладчики этих банков потеряли все свои деньги. Какова вероятность того, что бабуля не потеряет свой вклад?

0,7

## • B6

За одну 12-часовую смену рабочий изготавливает на станке с числовым программным управлением 600 деталей. Из-за дефекта режущего инструмента на станке получено 9 бракованных деталей. В конце рабочего дня мастер цеха берет одну деталь наугад и проверяет ее. Какова вероятность, что ему попадет именно бракованная деталь?

0,015

## • B7

На Киевском вокзале в Москве работают 28 окон билетных касс, рядом с которыми толпятся 4000 пассажиров, желающих купить билеты на поезд. По статистике, 1680 из этих пассажиров неадекватны. Найти вероятность того, что кассиру, сидящему за 17-м окном, попадет неадекватный пассажир (учитывая, что пассажиры выбирают кассу наугад).

0,42

## • B8

Банк «Русский стандарт» проводит лотерею для своих клиентов — держателей карт Visa Classic и Visa Gold. Будет разыграно 6 автомобилей Opel Astra, 1 автомобиль Porsche Cayenne и 473 телефона iPhone 4. Известно, что менеджер Вася (см. тест «[Округление с избытком и недостатком](#)»), задачи B8 и B9) оформил карту Visa Classic и стал победителем лотереи. Какова вероятность, что он выиграет автомобиль Opel Astra, если приз выбирается наугад?

0,0125

## • B9

Во Владивостоке отремонтировали школу и поставили 1200 новых пластиковых окон. Ученик 11-го класса, который не хотел сдавать ЕГЭ по математике, нашел на газоне 45 булыжников и начал кидать их в окна наугад. В итоге, он разбил 45 окон. Найти вероятность того, что окно в кабинете директора окажется не разбитым.

0.9625

## • B10

На американский военный завод поступила партия из 9000 поддельных микросхем китайского производства. Эти микросхемы устанавливаются в электронные прицелы для винтовки М-16. Известно, что 8766 микросхем в указанной партии неисправны, и прицелы с такими микросхемами будут работать неправильно. Найти вероятность того, что наугад выбранный электронный прицел работает правильно.

0,026

## • B11

Бабуля хранит на чердаке своего загородного дома 2400 банок с огурцами. Известно, что 870 из них давно протухли. Когда к бабуле приехал внучек, она подарила ему одну банку из своей коллекции, выбирая ее наугад. Какова вероятность того, что внучек получил банку с тухлыми огурцами?

0,3625

## • B12

Бригада из 7 строителей-мигрантов предлагает услуги по ремонту квартир. За летний сезон они выполнили 360 заказов, причем в 234 случаях не убрали строительный мусор из подъезда. Коммунальные службы выбирают одну квартиру наугад и проверяют качество ремонтных работ. Найти вероятность того, что сотрудники коммунальных служб не наткнутся при проверке на строительный мусор.

0,35

## Комбинаторика в задаче B10: легкий тест

Данный тест состоит из 14 задач, которые помогут вам разобраться в основах комбинаторики. Это еще не теория вероятностей, но без подобной практики многие настоящие задачи B10 просто не решаются.

Чтобы решить задачи этого теста (как, впрочем, и все сложные задачи по теории вероятностей) надо знать две формулы: число сочетаний и закон умножения.

Начнем с числа сочетаний. Пусть у нас есть  $n$  предметов, из которых надо выбрать  $k$  предметов, причем порядок выбора нам не важен. Тогда общее число вариантов выбора обозначается  $C_n^k$  и считается по формуле:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Обратите внимание: по условию,  $k < n$ , поэтому значение  $C_n^k$  всегда будет целым. Данная формула настолько важна, что у нее есть даже собственное название.

### Определение

Величина, которая обозначается  $C_n^k$  и считается по приведенной выше формуле, называется *числом сочетаний* из  $n$  возможных элементов по  $k$  элементов.

### Задача

У студента есть 5 книг, из которых надо прочитать ровно 2. Сколькими способами можно выбрать эти книги?

### Решение

Итак, у нас есть  $n = 5$  книг, из которых надо выбрать  $k = 2$  книги. По формуле  $C_n^k$  имеем:

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \dots = 10$$

Таким образом, у студента есть 10 вариантов, какие 2 книги читать.

Ответ 10

Теперь разберемся с *законом умножения*. Тут все просто: когда требуется выбрать несколько предметов из одного набора, и несколько — из другого, причем эти наборы независимы, то соответствующие сочетания просто умножаются друг на друга.

Когда вы поймете, о чем речь, и немного потренируетесь, это правило станет очевидным. Остальным же понять, что написано в предыдущем абзаце, можно только с помощью внушительной дозы «успокаивающих» препаратов. Поэтому разберем закон умножения на конкретном примере.

Задача

У Пети есть 7 монет по 1 рублю и 3 монеты по 2 рубля. Петя случайным образом выбирает 1 монету номиналом 1 рубль и 1 монету номиналом 2 рубля. Сколькими способами он может это сделать?

Решение

Для начала выясним, сколькими способами Петя может выбрать 1 монету из 7 имеющихся номиналом 1 рубль:

$$C_7^1 = \frac{7!}{1!(7-1)!} = \dots = 7$$

Аналогично, найдем число способов выбрать 1 монету номиналом 2 рубля из имеющихся 3 монет:

$$C_3^1 = \frac{3!}{1!(3-1)!} = \dots = 3$$

Теперь, согласно закону умножения, найдем общее число способов:  $X = C_7^1 \cdot C_3^1 = 7 \cdot 3 = 21$ .

Ответ 21

Как видите, ничего сложного нет. Поэтому вперед — решать задачи и оттачивать мастерство в сокращении факториалов! И помните, что в ответах могут получаться довольно зверские числа.

## • В1

В группе из 24 грузчиков надо выбрать 3 номинантов на премию «Грузчик года». Сколькими способами можно это сделать?

2024

## • В2

На столе лежат карандаши 12 различных цветов. Для обводки чертежа студенту надо выбрать 4 из них. Сколько различных наборов карандашей может выбрать студент?

495

## • В3

В холодильнике лежат 8 видов кошачьего корма в консервах, а на полке — еще 3 вида сухого корма. Ежедневный рацион кота состоит из 3 различных видов корма, причем коту безразлично, сухой это корм или в консервах. Сколько существует различных способов накормить кота?

165

## • В4

В магазине продается туалетная бумага 16 различных фирм-производителей. Бабуля покупает внуку подарок, который должен состоять из 4 разных рулонов. Сколькими способами бабуля может составить подарок внуку?

1820

## • В5

Алкоголик заходит в ларек, где продается 30 марок водки. Вечером этот алкоголик встречается с друзьями, поэтому ему надо купить 5 бутылок разных марок. Сколько вариантов сделать покупку есть у алкоголика?

142506

## • В6

Решите предыдущую задачу, если известно, что среди друзей алкоголика будет грузчик-победитель из задачи В1, поэтому одной из 5 бутылок обязательно должна быть премиальная водка «Русский Стандарт».

23751

## • В7

Рекламная фирма проводит социологический опрос, в ходе которого респондентам предлагается ответить на 25 простых вопросов. При этом отвечать надо лишь на 21 из них, которые респондент выбирает самостоятельно. Сколько различных комбинаций из вопросов дается на выбор респонденту?

12650

## • В8

В колоде 36 карт. Сколькими различными способами можно выбрать из нее 3 различных карты?

7140

## • B9

В колоде снова 36 карт. Сколькими различными способами можно выбрать из этой колоды 3 карты, одна из которых — обязательно бубновый король?

☐

## • B10

В колоде 52 карты. Сколькими способами можно выбрать из этой колоды 3 карты крестовой масти?

☐

## • B11

В школьной библиотеке хранятся 18 различных книг по истории и 5 — по физике. Ученику 10-го класса надо прочитать любые 4 книги по истории и 2 — по физике. Сколькими различными способами он может это сделать в школьной библиотеке?

☐

## • B12

В той же библиотеке хранится 400 книг по литературе. Ученику 9-го класса надо прочитать любые 3 из них, чтобы получить пятерку за четверть. Из скольких комбинаций книг придется выбирать ученику?

☐

## • B13

В кошельке у Пети лежат 8 монет по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя открывает кошелек и выбирает 2 монеты по 5 рублей и 2 монеты по 10 рублей, которые кладет в сейф. Сколькими различными способами он может это сделать?

☐

## • B14

Решите предыдущую задачу, если Пете неважно, какие монеты брать, т.е. он просто берет 4 монеты из кошелька.

☐



## Теория вероятностей на ЕГЭ по математике

Теория вероятностей на ЕГЭ — это очень простые задачи под номером B10. С ними справится каждый. Ведь для решения задачи B10 в варианте ЕГЭ понадобятся лишь самые основные понятия теории вероятностей.

**Случайным** называется событие, которое нельзя точно предсказать заранее. Оно может либо произойти, либо нет.

Вы выиграли в лотерею — случайное событие. Пригласили друзей отпраздновать выигрыш, а они по дороге к вам застряли в лифте — тоже случайное событие. Правда, мастер оказался поблизости и освободил всю компанию через десять минут — и это тоже можно считать счастливой случайностью...

Наша жизнь полна случайных событий. О каждом из них можно сказать, что оно произойдет с некоторой **вероятностью**. Скорее всего, вы интуитивно знакомы с этим понятием. Теперь мы дадим математическое определение вероятности.

Начнем с самого простого примера. Вы бросаете монетку. Орел или решка? Такое действие, которое может привести к одному из нескольких результатов, в теории вероятностей называют **испытанием**.

Орел и решка — два возможных **исхода** испытания.

Орел выпадет в одном случае из двух возможных. Говорят, что **вероятность** того, что монетка упадет орлом, равна  $1/2$ .

Бросим игральную кость. У кубика шесть граней, поэтому возможных исходов тоже шесть.

Например, вы загадали, что выпадет три очка. Это один исход из шести возможных. В теории вероятностей он будет называться **благоприятным исходом**.

Вероятность выпадения тройки равна  $1/6$  (один благоприятный исход из шести возможных).

Вероятность четверки — тоже  $1/6$

А вот вероятность появления семерки равна нулю. Ведь грани с семью точками на кубике нет.

**Вероятность события равна отношению числа благоприятных исходов к общему числу исходов.**

Очевидно, что вероятность не может быть больше единицы.

Вот другой пример. В пакете 25 яблок, из них 8 — красные, остальные — зеленые.

Ни формой, ни размером яблоки не отличаются. Вы запускаете в пакет руку и наугад вынимаете яблоко. Вероятность вытащить красное яблоко равна  $8/25$ , а зеленое —  $17/25$ .

Вероятность достать красное или зеленое яблоко равна  $8/25 + 17/25 = 1$ .

Разберем задачи по теории вероятностей, входящие в сборники для подготовки к ЕГЭ.

*1. В фирме такси в данный момент свободно 15 машин: 2 красных, 9 желтых и 4 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшихся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет желтое такси.*

Всего имеется 15 машин, то есть к заказчице приедет одна из пятнадцати. Желтых — девять, и значит, вероятность приезда именно желтой машины равна  $9/15$ , то есть 0,6.

*2. (Демо-вариант 2012) В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в двух из них встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достаётся один случайно выбранный билет. Найдите вероятность того, что в этом билете не будет вопроса о грибах.*



Очевидно, вероятность вытащить билет без вопроса о грибах равна  $23/25$ , то есть  $0,92$ .

3. Родительский комитет закупил 30 пазлов для подарков детям на окончание учебного года, из них 12 с картинками известных художников и 18 с изображениями животных. Подарки распределяются случайным образом. Найдите вероятность того, что Вовочке достанется пазл с животным.

Задача решается аналогично.

Ответ:  $0,6$ .

4. В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая последней, окажется из Китая.

Давайте представим, что все спортсменки одновременно подошли к шляпе и вытянули из нее бумажки с номерами. Кому-то из них достанется двадцатый номер. Вероятность того, что его вытянет китайская спортсменка, равен  $5/20$  (поскольку из Китая — 5 спортсменок). Ответ:  $0,25$ .

5. Ученика попросили назвать число от 1 до 100. Какова вероятность того, что он назовет число кратное пяти?

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, **10**, 11... 100

**Каждое пятое** число из данного множества делится на 5. Значит, вероятность равна  $1/5$ .

6. Брошена игральная кость. Найдите вероятность того, что выпадет нечетное число очков.

1, 3, 5 — нечетные числа; 2, 4, 6 — четные. Вероятность нечетного числа очков равна  $1/2$ .

Ответ:  $0,5$ .

7. Монета брошена три раза. Какова вероятность двух «орлов» и одной «решки»?

Заметим, что задачу можно сформулировать по-другому: бросили три монеты одновременно. На решение это не повлияет.

Как вы думаете, сколько здесь возможных исходов?

Бросаем монету. У этого действия два возможных исхода: орел и решка

Две монеты — уже четыре исхода:

|       |       |
|-------|-------|
| орел  | орел  |
| орел  | решка |
| решка | орел  |
| решка | решка |

Три монеты? Правильно, 8 исходов, так как  $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$ .

Вот они:

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
|       | орел  | орел  |
| орел  | орел  | решка |
| орел  | решка | орел  |
| решка | орел  | орел  |
| орел  | решка | решка |
| решка | орел  | решка |
| решка | решка | орел  |
| решка | решка | решка |

Два орла и одна решка выпадают в трех случаях из восьми.

Ответ:  $3/8$ .

8. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

Бросаем первую кость — шесть исходов. И для каждого из них возможны еще шесть — когда мы бросаем вторую кость.

Получаем, что у данного действия — бросания двух игровых костей — всего 36 возможных исходов, так как  $6^2 = 36$ .

А теперь — благоприятные исходы:

2 6  
3 5  
4 4  
5 3  
6 2

Вероятность выпадения восьми очков равна  $5/36 \approx 0,14$ .

9. Стрелок попадает в цель с вероятностью 0,9. Найдите вероятность того, что он попадет в цель четыре раза выстрела подряд.

Если вероятность попадания равна 0,9 — следовательно, вероятность промаха 0,1.

Рассуждаем так же, как и в предыдущей задаче. Вероятность двух попаданий подряд равна  $0,9 \cdot 0,9 = 0,81$ . А вероятность четырех попаданий подряд равна  $0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,6561$ .

**Вероятность: логика перебора.**

Задача В10 про монеты из диагностической работы 7 декабря многим показалась сложной. Вот ее условие:

*В кармане у Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат теперь в разных карманах.*

Мы знаем, что вероятность события равна отношению числа благоприятных исходов к общему числу исходов. Но как посчитать все эти исходы?

Можно, конечно, обозначить пятирублевые монеты цифрами 1, а десятирублевые цифрами 2 — а затем посчитать, сколькими способами можно выбрать три элемента из набора 1 1 2 2 2 2.

Однако есть более простое решение:

Кодируем монеты числами: 1, 2 (это пятирублёвые), 3, 4, 5, 6 (это десятирублёвые). Условие задачи можно теперь сформулировать так:

*Есть шесть фишек с номерами от 1 до 6. Сколькими способами можно разложить их по двум карманам поровну, так чтобы фишки с номерами 1 и 2 не оказались вместе?*

Давайте запишем, что у нас в первом кармане.

Для этого составим все возможные комбинации из набора 1 2 3 4 5 6. Набор из трёх фишек будет трёхзначным числом. Очевидно, что в наших условиях 1 2 3 и 2 3 1 — это один и тот же набор фишек. Чтобы ничего не пропустить и не повториться, располагаем соответствующие трехзначные числа по возрастанию:

123, 124, 125, 126...

А дальше? Мы же говорили, что располагаем числа по возрастанию. Значит, следующее — 134, а затем:

135, 136, 145, 146, 156.

Все! Мы перебрали все возможные комбинации, начинающиеся на 1. Продолжаем:

234, 235, 236, 245, 246, 256,

345, 346, 356,

456.

Всего 20 возможных исходов.

У нас есть условие — фишки с номерами 1 и 2 не должны оказаться вместе. Это значит, например, что комбинация 356 нам не подходит — она означает, что фишки 1 и 2 обе оказались в не в первом, а во втором кармане. Благоприятные для нас исходы — такие, где есть либо только 1, либо только 2. Вот они:

134, 135, 136, 145, 146, 156, 234, 235, 236, 245, 246, 256 — всего 12 благоприятных исходов.

Тогда искомая вероятность равна  $12/20$ .

Ответ: 0,6.

---

## Тест

1. Какие тригонометрические функции могут иметь значения

1). 0,5 2). 2,1 3).  $\sqrt{2}$  4). -0,361

2. Вычислить:

1).  $\sin 2\pi + \cos 2\pi + \operatorname{tg} 2\pi$

2).  $2\sin 30^\circ - \sqrt{3}\sin 60^\circ \operatorname{tg} 45^\circ$

3. Выберите формулу с ошибкой:

Основные тригонометрические тождества:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\operatorname{tg} x = \sin x / \cos x$$

$$\operatorname{ctg} x = \cos x / \sin x$$

$$\operatorname{tg} x \times \operatorname{ctg} x = 1$$

$$\operatorname{tg}^2 x + 1 = 1/\sin^2 x$$

$$\operatorname{ctg}^2 x + 1 = 1/\sin^2 x$$

4. В каких четвертях  $\sin \alpha$  и  $\cos \alpha$  имеют разные знаки?

5. Вычислить:  $\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 2$

| Вариант1                                                    | Вариант2                                                                   |
|-------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| Найти значение выражения:<br>$2\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ | Найти значение выражения:<br>$\sqrt{3}(\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ)$ |
| Вычислить: $\sin 330^\circ$                                 | Вычислить: $\operatorname{ctg} 315^\circ$                                  |
| $1 - \sin^2 \alpha =$                                       | $\sin(\pi + \alpha) =$                                                     |
| $\sin(270^\circ - \alpha) =$                                | $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha =$               |
| $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha =$                           | $\cos(270^\circ + \alpha)$                                                 |
| Упростить: $\frac{\sin 4\alpha}{2\cos 2\alpha}$             | Упростить: $\frac{4\sin 6\alpha}{\sin 3\alpha}$                            |
| $\cos(\pi - \alpha) =$                                      | $1 - \cos^2 \alpha =$                                                      |

|                                                                                             |                |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| 1. Найдите значение выражения $\frac{12\sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$   | <b>Формулы</b> |
| 2. Найдите значение выражения $\frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ}$ |                |
| 3. Найдите значение выражения $\frac{5\cos 29^\circ}{\sin 61^\circ}$                        |                |
| 4. Найдите значение выражения $4\sqrt{2}\cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{7\pi}{3}$             |                |
| 5. Найдите значение выражения $\frac{8}{\sin(-\frac{27\pi}{4}) \cos(\frac{31\pi}{4})}$      |                |

|                                                                                                                                          |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| 6. Найдите значение выражения<br>$-4\sqrt{3}\cos(-750^\circ)$                                                                            |  |
| 7. Найдите значение выражения<br>$42\sqrt{3}\cos(-\frac{\pi}{6})\sin(-\frac{\pi}{6})$                                                    |  |
| 8. Найдите значение выражения<br>$\frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ}$                                                          |  |
| 9. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$ , если<br>$\cos \alpha = -\frac{5}{\sqrt{34}}$ и $\alpha \in (0, 5\pi; \pi)$                       |  |
| 10. Найдите $24\cos 2\alpha$ , если $\sin \alpha = -0,2$                                                                                 |  |
| 11. Упростить выражение:<br>$\frac{2\cos(\pi - \beta) + 2\sin(-\frac{\pi}{2} + \beta)}{\cos(\beta + 2\pi)}$                              |  |
| 12. Найдите значение выражения<br>$5\operatorname{tg}(5\pi - \gamma) - \operatorname{tg}(-\gamma)$ , если $\operatorname{tg} \gamma = 7$ |  |
| 13. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$ , если $\frac{7\sin \alpha + 13\cos \alpha}{5\sin \alpha - 17\cos \alpha} = 3$ .                  |  |
| 14. Найдите значение выражения<br>$7\cos(\pi + \beta) - 2\sin(\frac{\pi}{2} + \beta)$ , если $\cos \beta = -\frac{1}{3}$ .               |  |

| Вариант 1                                                                                                                | Вариант 2                                                                                                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$ , если $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ и $\alpha \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$ . | 1. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$ , если $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{17}}$ и $\alpha \in (\pi; 1,5\pi)$ . |
| 2. Найдите $\sin \alpha$ , если $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{91}}{10}$ и $\alpha \in (0, 5\pi; \pi)$ .                    | 2. Найдите $\sin \alpha$ , если $\cos \alpha = -\frac{3\sqrt{11}}{10}$ и $\alpha \in (0, 5\pi; \pi)$ .           |
| 3. Найдите $-16\cos 2\alpha$ , если $\sin \alpha = -0,4$ .                                                               | 3. Найдите $22\cos 2\alpha$ , если $\sin \alpha = -0,8$ .                                                        |
| 4. Найдите $\frac{3\sin 4\alpha}{5\cos 2\alpha}$ , если $\sin 2\alpha = 0,1$ .                                           | 4. Найдите $\frac{3\sin 4\alpha}{5\cos 2\alpha}$ , если $\sin 2\alpha = 0,3$ .                                   |
| 5. Найдите $20\cos(\frac{7\pi}{2} + \alpha)$ , если $\cos \alpha = -\frac{7}{25}$ и $\alpha \in (\pi; 1,5\pi)$ .         | 5. Найдите $-10\sin(\frac{7\pi}{2} + \alpha)$ , если $\sin \alpha = -0,6$ и $\alpha \in (\pi; 1,5\pi)$ .         |

Ответы:

Вариант 1: -3; 0,1; 10,88; 0,12; 19,2.

Вариант 2: 4; 0,1; -6,16,8; 0,36; 8.

## 7. Домашнее задание.

| №   | Текст задания                                                                                                                    | Формулы                                                                                                                                     | Решение задания |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| 1.  | Найдите $\operatorname{tg} \alpha$ , если<br>$\sin \alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}}$ и $\alpha \in (\pi; \frac{3\pi}{2})$ .         |                                                                                                                                             |                 |
| 2.  | Найдите $3 \cos \alpha$ , если<br>$\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и<br>$\alpha \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$                  |                                                                                                                                             |                 |
| 3.  | $-4\sqrt{3} \cos(-750^\circ)$                                                                                                    |                                                                                                                                             |                 |
| 4.  | $24\sqrt{2} \cos(-\frac{\pi}{3}) \sin(-\frac{\pi}{4})$                                                                           |                                                                                                                                             |                 |
| 5.  | $\frac{14 \sin 409^\circ}{\sin 49^\circ}$                                                                                        |                                                                                                                                             |                 |
| 6.  | $7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ$                                                                  |                                                                                                                                             |                 |
| 7.  | $\frac{2 \sin(\alpha - 7\pi) + \cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\alpha + \pi)}$                                               |                                                                                                                                             |                 |
| 8.  | Найдите $\operatorname{tg}(\alpha + \frac{5\pi}{2})$ если<br>$\operatorname{tg} \alpha = 0,4$ .                                  |                                                                                                                                             |                 |
| 9.  | Найдите $\frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 15}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3}$ если $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$ . | $\operatorname{tg} \alpha = \frac{-5}{2}$ , то $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-5}{2}$ , тогда<br>$2 \sin \alpha = -5 \cos \alpha$ |                 |
| 10. | Найдите $5 \sin \alpha$ если<br>$\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и<br>$\alpha \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$ .                   |                                                                                                                                             |                 |

## Вариант №1

1. Решите уравнение:  $7 - \sqrt{x+1} = 2$ .  
1) 24                      2) -24                      3) 26                      4) -26
2. Решите уравнение:  $\sqrt{6+x} \cdot \sqrt{6-x} = x$ .  
1)  $3\sqrt{2}; -3\sqrt{2}$                       2)  $3\sqrt{2}$                       3)  $-3\sqrt{2}$                       4) 18
3. Решите уравнение:  $\sqrt{x^2-56} = \sqrt{-x}$ .  
1) 7; -8                      2) -8                      3) 7                      4) 8; -7
4. Решите уравнение:  $\sqrt{2x^2-7x+21} - x = 1$ .  
1) -5; -4                      2) 5; 4                      3) -5; 4                      4) 5; -4
5. Решите уравнение:  $\sqrt{4+x} \cdot \sqrt{5-x} = 2\sqrt{2}$ .  
1) -4; 3                      2) 4; -3                      3) -4                      4) 3
6. Укажите промежуток, которому принадлежат все корни уравнения  $\sqrt{5-2x} + x = 1$ .  
1)  $(-2; 2]$                       2)  $(-4; -3)$                       3)  $(-3; -2]$                       4)  $[0; 2]$
7. Укажите абсциссы общих точек графиков функций  $y = \sqrt{7-6x^2}$  и  $y = x$ .  
1) -1                      2) -1; 1                      3) 1                      4) 0
8. Пусть  $x_0$  — корень уравнения  $\sqrt{6-4x-x^2}-4 = x$ . Найдите  $3 \cdot x_0 + 1$ .  
1) -2                      2) -14                      3) 7                      4) 16

## Вариант №2

1. Решите уравнение:  $5 + \sqrt{x-1} = 3$ .  
1) 3                      2) корней нет                      3) 5                      4) -3
2. Решите уравнение:  $\sqrt{7-x} \cdot \sqrt{7+x} = x$ .  
1)  $\frac{7\sqrt{2}}{2}; -\frac{7\sqrt{2}}{2}$                       2)  $\frac{7\sqrt{2}}{2}$                       3)  $-\frac{7\sqrt{2}}{2}$                       4) корней нет
3. Найдите сумму корней уравнения:  $\sqrt{x^2+3} - \sqrt{4x} = 0$ .  
1) 2                      2) -2                      3) 1                      4) 4
4. Решите уравнение:  $\sqrt{3x+7} - 3 = x$ .  
1) 1; 2                      2) -1; -2                      3) -1; 2                      4) 1; -2
5. Решите уравнение:  $\sqrt{2x-1} + 2 = x$ .  
1) 5; 1                      2) -5; -1                      3) 5                      4) 1
6. Укажите промежуток, которому принадлежат все корни уравнения  $x-1 = \sqrt{x+11}$ .  
1)  $[3; 6]$                       2)  $[-2; 5)$                       3)  $(0; 4)$                       4)  $(-4; -1)$
7. Укажите абсциссы общих точек графиков функций  $y = \sqrt{4-x^2}$  и  $y = x$ .  
1)  $\sqrt{2}$                       2)  $-\sqrt{2}$                       3) 2                      4) -2
8. Решите уравнение:  $x-1 = \sqrt{2x^2-3x-5}$ .  
1) -3; 2                      2) 3; -2                      3) -3; -2                      4) 3







**§ 13. А10. Простейшие иррациональные уравнения**

| №  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1  | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 1 |
| 2  | 2 | 2 | 4 | 2 | 3 | 1 | 1 | 4 |
| 3  | 1 | 4 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 4  | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 4 |
| 5  | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 1 | 1 | 1 |
| 6  | 1 | 1 | 1 | 1 | 4 | 1 | 3 | 2 |
| 7  | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 |
| 8  | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 4 |
| 9  | 2 | 1 | 2 | 4 | 2 | 4 | 1 | 2 |
| 10 | 4 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 |

## ТЕСТ

1. Сырок стоит 7 рублей 20 копеек. Какое наибольшее число сырков можно купить на 60 рублей?
2. Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?
3. Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25%?
4. Шариковая ручка стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 900 рублей после повышения цены на 10%?
5. Тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 750 рублей после понижения цены на 10%?
6. Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 120 рублей за штуку и продает с наценкой 20%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 1000 рублей?
7. В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1200 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 4 недели?
8. Аня купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 41 поездку. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет на месяц стоит 580 рублей, а разовая поездка — 20 рублей?
9. Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?
10. Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 12 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продается в пакетиках по 10 г. Какое наименьшее число пачек нужно купить хозяйке для приготовления 6 литров маринада?
11. Шоколадка стоит 35 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 200 рублей в воскресенье?
12. Оптовая цена учебника 170 рублей. Розничная цена на 20% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 7000 рублей?
13. Железнодорожный билет для взрослого стоит 720 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 15 школьников и 2 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?
14. Цена на электрический чайник была повышена на 16% и составила 3480 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?
15. Футболка стоила 800 рублей. После снижения цены она стала стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена на футболку?
16. В городе N живет 200000 жителей. Среди них 15% детей и подростков. Среди взрослых жителей 45% не работает (пенсионеры, студенты, домохозяйки и т.п.). Сколько взрослых жителей работает?
17. Таксист за месяц проехал 6000 км. Стоимость 1 литра бензина — 20 рублей. Средний расход бензина на 100 км составляет 9 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?
18. Клиент взял в банке кредит 12000 рублей на год под 16%. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?

19. В летнем лагере на каждого участника полагается 40 г сахара в день. В лагере 166 человек. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 5 дней?
20. В летнем лагере 218 детей и 26 воспитателей. В автобус помещается не более 45 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевезти всех из лагеря в город?
21. Летом килограмм клубники стоит 80 рублей. Маша купила 1 кг 200 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 500 рублей?
22. На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 30 рублей за штуку. У Вани есть 500 рублей. Из какого наибольшего числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?
23. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 65 миль в час? Ответ округлите до целого числа.
24. В университетскую библиотеку привезли новые учебники по геометрии для 1-3 курсов, по 360 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 9 полок, на каждой полке помещается 25 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?
25. Для приготовления вишневого варенья на 1 кг вишни нужно 1.5 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 27 кг вишни?
26. Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 12500 рублей. Сколько рублей он получит после вычета налога на доходы?
27. Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. После удержания налога на доходы Мария Константиновна получила 9570 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Марии Константиновны?
28. Розничная цена учебника 180 рублей, она на 20% выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по оптовой цене на 10000 рублей?
29. На счету Машиного мобильного телефона было 53 рубля, а после разговора с Леной осталось 8 рублей. Сколько минут длился разговор с Леной, если одна минута разговора стоит 2 рубля 50 копеек.
30. Выпускники 11 "А" покупают букеты цветов для последнего звонка: из 3 роз каждому учителю и из 7 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить букеты 15 учителям (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по оптовой цене 35 рублей за штуку. Сколько рублей стоят все розы?

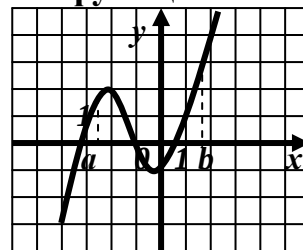
## Экстремумы. Наибольшее (наименьшее) значение функции.

### Вариант 1.

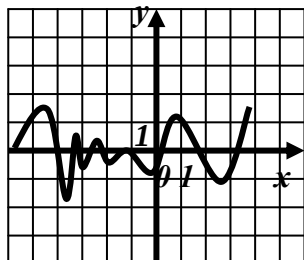
1. График функции  $y=f(x)$  изображен на рисунке.

Укажите наибольшее значение этой функции на отрезке  $[a;b]$ .

- 1) 2,5;                      2) 3;                      3) 4;                      4) 2.



2.



На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ . Сколько точек минимума имеет функция?

- 1) 5;                      2) 6;                      3) 4;                      4) 10.

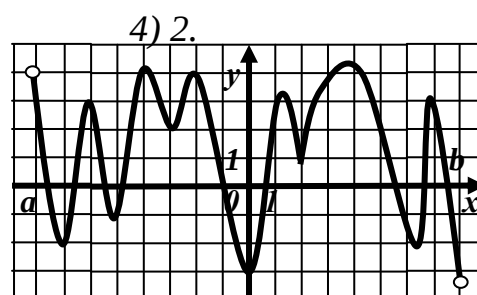
3. В какой точке функция  $y = -3x^2 + 12x - 5$  принимает наибольшее значение?

- 1) -4;                      2) -2;                      3) 4;

4. Функции  $y=f(x)$  задана на отрезке  $[a;b]$ .

На рисунке изображен график ее производной  $y=f'(x)$ . Исследуйте на экстремумы функцию  $y=f(x)$ . В ответе укажите количество точек минимума.

- 1) 6;                      2) 7;                      3) 4;                      4) 5.



5. Найдите наибольшее значение функции  $y = -2x^2 + 8x - 7$ .

- 1) -2;                      2) 7;                      3) 1;                      4) 2.

6. Найдите наименьшее значение функции  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}$  на отрезке  $[0;4]$ .

- 1)  $\frac{2}{3}$ ;                      2) 3;                      3) 1;                      4)  $-\frac{2}{3}$ .

7. Найдите наименьшее значение функции  $y = |2x+3| - \frac{1}{2}$ .

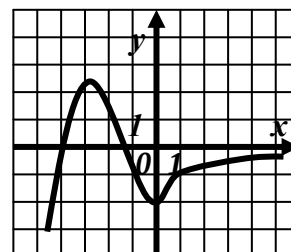
- 1)  $-\frac{3}{2}$ ;                      2) 0;                      3)  $\frac{1}{2}$ ;                      4)  $-\frac{1}{2}$ .

8. При каком значении параметра  $p$  функция  $y = \sqrt[3]{5 + 6x + 2x^2}$  имеет минимум в точке  $x_0 = 1,5$ ?

- 1) 5;                      2) -6;                      3) 4;                      4) 6.

9. Укажите наибольшее значение функции  $y=f(x)$ , график которой изображен на рисунке.

- 1) 2,5;                      2) 3;                      3) -3;                      4) 0.



10. Найдите наибольшее значение функции  $y = \lg(100 - x^2)$ .

- 1) 10;                      2) 100;                      3) 2;                      4) 1.

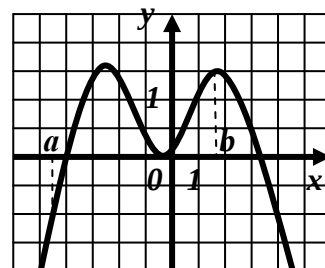
11. Найдите наименьшее значение функции  $y = 2\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) - 1$ .

- 1) -1;                      2) -3;                      3) -2;                      4)  $-\frac{\pi}{3}$ .

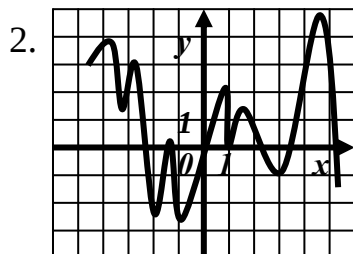
**Экстремумы. Наибольшее (наименьшее) значение функции.**

**Вариант 2**

1. График функции  $y=f(x)$  изображен на рисунке. Укажите наименьшее значение этой функции на отрезке  $[a;b]$ .



- 1) 0;                      2) -4,5;                      3) -2;                      4) -3.



На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ . Сколько точек максимума имеет функция?

- 1) 5;                      2) 6;                      3) 4;                      4) 1.

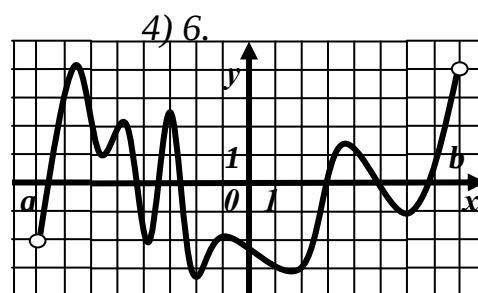
3. В какой точке функция  $y=2x^2+24x-25$  принимает наименьшее значение?

- 1) -4;                      2) -2;                      3) -6;

4. Функции  $y=f(x)$  задана на отрезке  $[a;b]$ .

На рисунке изображен график ее производной  $y=f'(x)$ . Исследуйте на экстремумы функцию  $y=f(x)$ . В ответе укажите количество точек минимума.

- 1) 6;                      2) 4;                      3) 7;                      4) 5.



5. Найдите наибольшее значение функции  $y=-3x^2+12x-7$ .

- 1) 5;                      2) 7;                      3) 1;                      4) 2.

6. Найдите наибольшее значение функции  $\phi = \tilde{\phi} + \frac{4}{\tilde{\phi}}$  на отрезке  $[-3;-1]$ .

- 1)  $-\frac{4}{3}$ ;                      2) -5;                      3) -1;                      4) -4.

7. Найдите наименьшее значение функции  $y=|2x-7|+3$ .

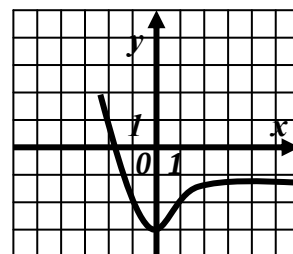
- 1)  $-\frac{7}{2}$ ;                      2) -2;                      3) 3;                      4) -5.

8. При каком значении параметра  $p$  функция  $\phi = \sqrt[5]{7 - \delta\tilde{\phi}} + 6\tilde{\phi}^2$  имеет минимум в точке  $x_0 = -2$ ?

- 1) -24;                      2) -6;                      3) -12;                      4) 6.

9. Укажите наименьшее значение функции  $y=f(x)$ , график которой изображен на рисунке.

- 1) -1,5;                      2) -1;                      3) -3;                      4) 0.

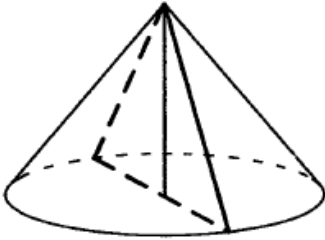
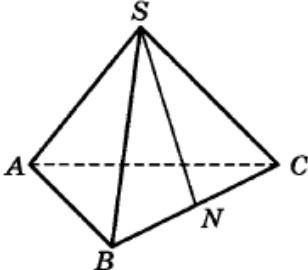
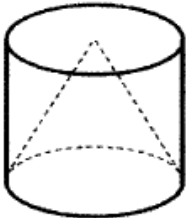
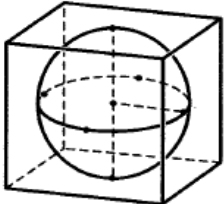
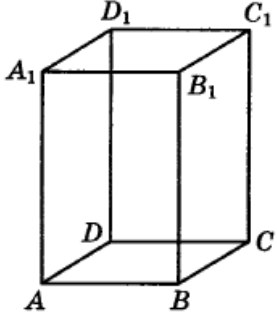


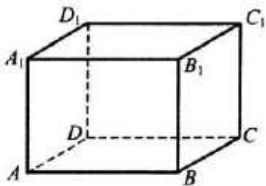
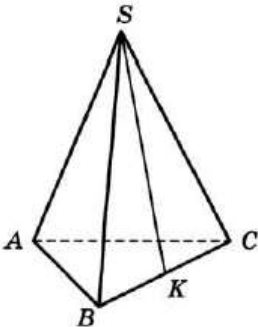
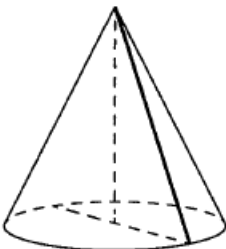
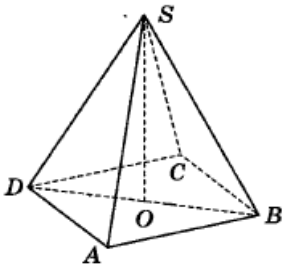
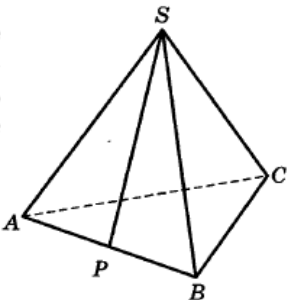
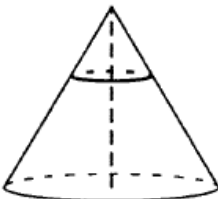
10. Найдите наибольшее значение функции  $y=\log_{11}(121-x^2)$ .

- 1) 11;                      2) 121;                      3) 1;                      4) 2.

11. Найдите наибольшее значение функции  $y=2\cos\left(2\tilde{\phi} + \frac{\pi}{6}\right) + 3$ .

- 1) 5;                      2) 3;                      3) 2;                      4)  $\frac{\pi}{3}$ .

| ТЕСТ. | Вариант 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1     | <p>В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 98 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 7 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.</p>                                                                                             |
| 2     | <p>Диаметр основания конуса равен 14, а длина образующей — 25. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.</p>                                                                                                                                                |
| 3     | <p>В правильной треугольной пирамиде <math>SABC</math> точка <math>N</math> — середина ребра <math>BC</math>, <math>S</math> — вершина. Известно, что <math>SN = 6</math>, а площадь боковой поверхности равна 72. Найдите длину отрезка <math>AB</math>.</p>  |
| 4     | <p>Объём цилиндра равен 12. Чему равен объём конуса, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный цилиндр?</p>                                                                                                                          |
| 5     | <p>Шар, объём которого равен <math>42\pi</math>, вписан в куб. Найдите объём куба.</p>                                                                                                                                                                        |
| 6     | <p>Диагональ правильной четырёхугольной призмы наклонена к плоскости основания под углом <math>30^\circ</math>. Боковое ребро равно 3. Найдите диагональ призмы.</p>                                                                                        |

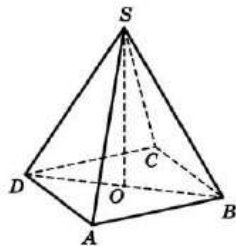
|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 7  | <p>В прямоугольном параллелепипеде <math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math> известны длины рёбер: <math>AB = 3</math>, <math>AD = 4</math>, <math>AA_1 = 32</math>. Найдите площадь сечения, проходящего через вершины <math>C</math>, <math>C_1</math> и <math>A</math>.</p>  |
| 8  | <p>В правильной треугольной пирамиде <math>SABC</math> точка <math>K</math> — середина ребра <math>BC</math>, <math>S</math> — вершина. Известно, что <math>SK = 10</math>, а площадь боковой поверхности равна 60. Найдите длину отрезка <math>AB</math>.</p>         |
| 9  | <p>Высота конуса равна 30, а диаметр основания равен 32. Найдите образующую конуса.</p>                                                                                                                                                                                |
| 10 | <p>В правильной четырёхугольной пирамиде <math>SABCD</math> точка <math>O</math> — центр основания, <math>S</math> — вершина, <math>CS = 17</math>, <math>BD = 16</math>. Найдите длину отрезка <math>SO</math>.</p>                                                |
| 11 | <p>В правильной треугольной пирамиде <math>SABC</math> точка <math>P</math> — середина ребра <math>AB</math>, <math>S</math> — вершина. Известно, что <math>SP = 4</math>, а площадь боковой поверхности равна 24. Найдите длину отрезка <math>BC</math>.</p>        |
| 12 | <p>Площадь основания конуса равна 63. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 1 и 2, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.</p>                                                           |



Вариант 2

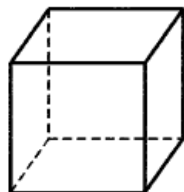
13

В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  — вершина,  $SA = 10$ ,  $BD = 16$ . Найдите длину отрезка  $SO$ .



14

Во сколько раз увеличится объём куба, если все его рёбра увеличить в семь раз?

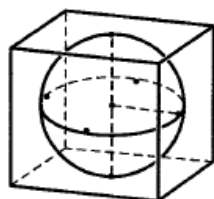


15

Объём данной правильной треугольной призмы равен 80. Найдите объём правильной треугольной призмы, сторона основания которой в 4 раза меньше стороны основания данной призмы, а высота в 4 раза больше высоты данной призмы.

16

Шар, объём которого равен  $14\pi$ , вписан в куб. Найдите объём куба.

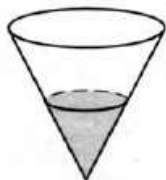


17

Бетонный шар весит 0,5 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?

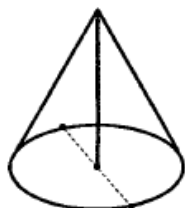
18

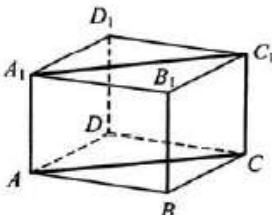
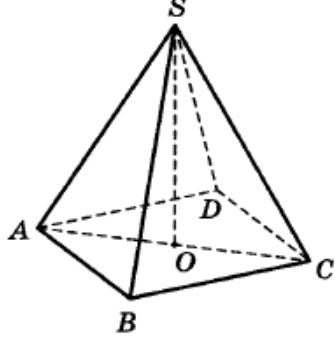
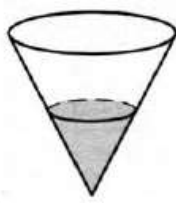
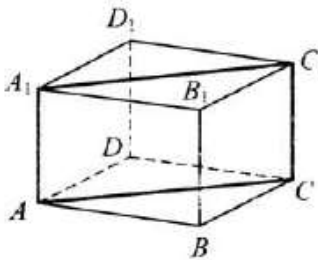
В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{1}{2}$  высоты. Объём жидкости равен 25 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



19

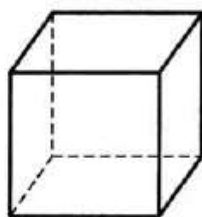
Высота конуса равна 30, а длина образующей — 34. Найдите диаметр основания конуса.



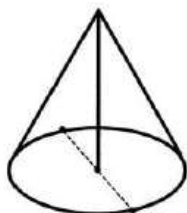
|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 20 | <p>В правильной четырёхугольной призме <math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math> ребро <math>AA_1</math> равно 10, а диагональ <math>BD_1</math> равна 26. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через точки <math>A</math>, <math>A_1</math> и <math>C</math>.</p>    |
| 21 | <p>В правильной четырёхугольной пирамиде <math>SABCD</math> точка <math>O</math> — центр основания, <math>S</math> — вершина, <math>SA = 20</math>, <math>AC = 24</math>. Найдите длину отрезка <math>SO</math>.</p>                                                          |
| 22 | <p>В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает <math>\frac{1}{3}</math> высоты. Объём жидкости равен 12 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?</p>                                                                   |
| 23 | <p>В правильной четырёхугольной призме <math>ABCD A_1 B_1 C_1 D_1</math> ребро <math>AA_1</math> равно 10, а диагональ <math>BD_1</math> равна 26. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через точки <math>A</math>, <math>A_1</math> и <math>C</math>.</p>  |
| 24 | <p>Объём данной правильной треугольной призмы равен 80. Найдите объём правильной треугольной призмы, сторона основания которой в 4 раза меньше стороны основания данной призмы, а высота в 4 раза больше высоты данной призмы.</p>                                                                                                                              |

Вариант 3

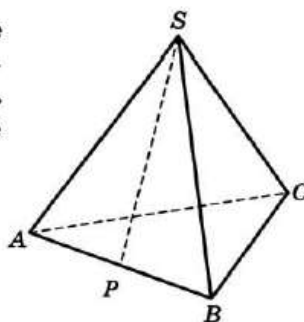
- 25 Во сколько раз увеличится объём куба, если все его рёбра увеличить в семь раз?



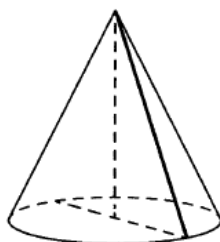
- 26 Высота конуса равна 30, а длина образующей — 34. Найдите диаметр основания конуса.



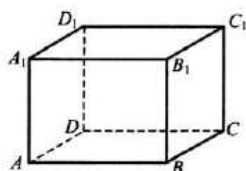
- 27 В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $P$  — середина ребра  $AB$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $SP = 4$ , а площадь боковой поверхности равна 24. Найдите длину отрезка  $BC$ .



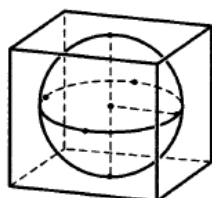
- 28 Высота конуса равна 30, а диаметр основания равен 32. Найдите образующую конуса.



- 29 В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины рёбер:  $AB = 3$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 32$ . Найдите площадь сечения, проходящего через вершины  $C$ ,  $C_1$  и  $A$ .

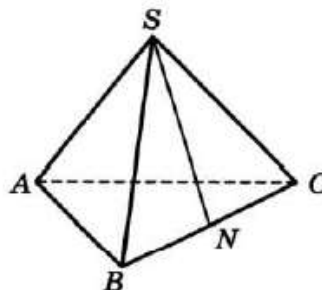


- 30 Шар, объём которого равен  $42\pi$ , вписан в куб. Найдите объём куба.



31

В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $N$  — середина ребра  $BC$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $SN = 6$ , а площадь боковой поверхности равна 72. Найдите длину отрезка  $AB$ .

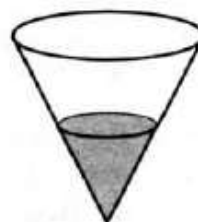


32

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 98 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 7 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

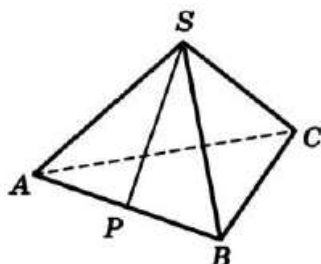
33

В сосуд, имеющий форму конуса, налили 25 мл жидкости до половины высоты сосуда (см. рис.). Сколько миллилитров жидкости нужно долить в сосуд, чтобы заполнить его доверху?



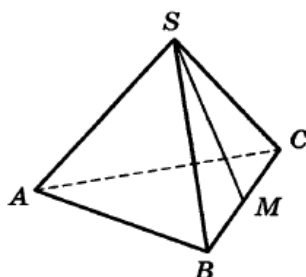
34

В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  точка  $P$  — середина ребра  $AB$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $BC = 4$ , а площадь боковой поверхности равна 24. Найдите длину отрезка  $SP$ .



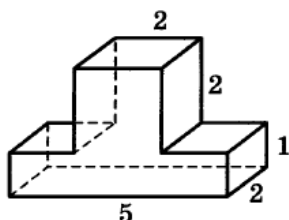
35

В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  точка  $M$  — середина ребра  $BC$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $AB = 6$ , а площадь боковой поверхности равна 45. Найдите длину отрезка  $SM$ .



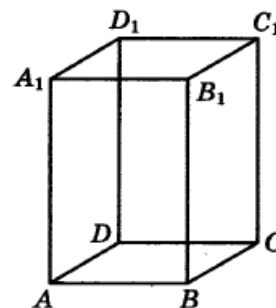
36

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



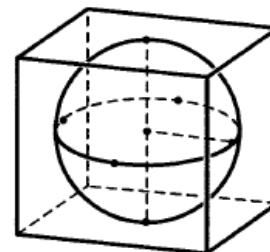
37

Диагональ правильной четырёхугольной призмы наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Боковое ребро равно 3. Найдите диагональ призмы.



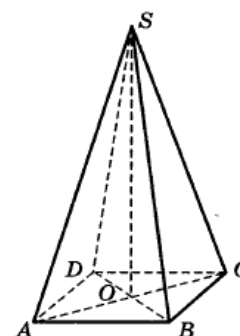
38

Шар, объём которого равен  $\pi$ , вписан в куб. Найдите объём куба.



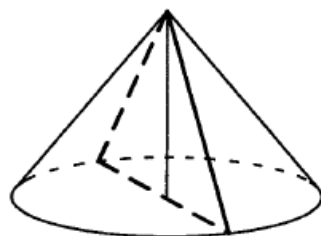
39

В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  — вершина,  $SA = 13$ ,  $BD = 10$ . Найдите длину отрезка  $SO$ .



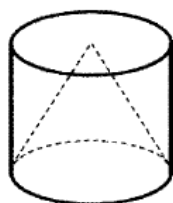
40

Диаметр основания конуса равен 14, а длина образующей — 25. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.



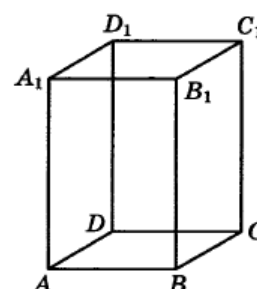
41

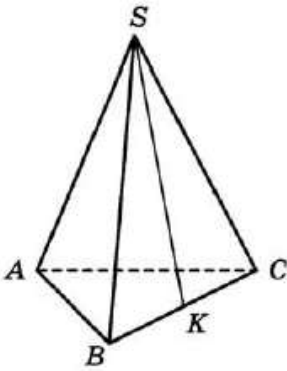
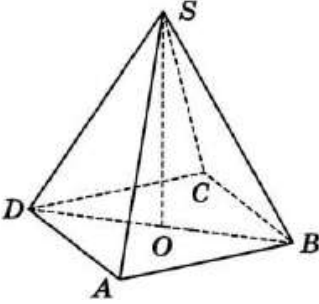
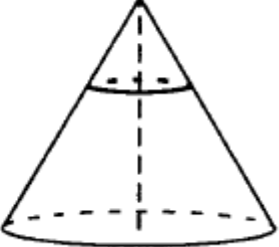
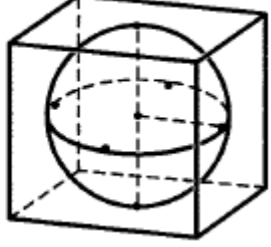
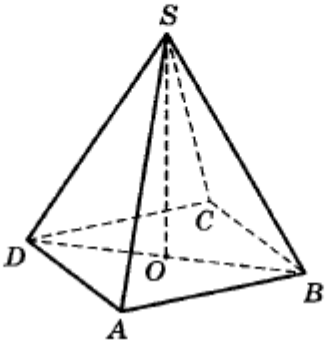
Объём цилиндра равен 12. Чему равен объём конуса, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный цилиндр?



42

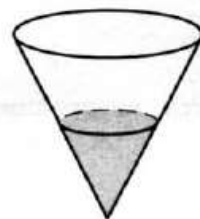
Диагональ правильной четырёхугольной призмы наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Боковое ребро равно 3. Найдите диагональ призмы.



|    |                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                       |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 43 | <p>В правильной треугольной пирамиде <math>SABC</math> точка <math>K</math> — середина ребра <math>BC</math>, <math>S</math> — вершина. Известно, что <math>SK = 10</math>, а площадь боковой поверхности равна 60. Найдите длину отрезка <math>AB</math>.</p> |      |
| 44 | <p>В правильной четырёхугольной пирамиде <math>SABCD</math> точка <math>O</math> — центр основания, <math>S</math> — вершина, <math>CS = 17</math>, <math>BD = 16</math>. Найдите длину отрезка <math>SO</math>.</p>                                           |     |
| 45 | <p>Площадь основания конуса равна 63. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 1 и 2, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.</p>                                                     |   |
| 46 | <p>Шар, объём которого равен <math>14\pi</math>, вписан в куб. Найдите объём куба.</p>                                                                                                                                                                         |  |
| 47 | <p>Бетонный шар весит 0,5 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?</p>                                                                                                                                          |                                                                                       |
| 48 | <p>В правильной четырёхугольной пирамиде <math>SABCD</math> точка <math>O</math> — центр основания, <math>S</math> — вершина, <math>SA = 10</math>, <math>BD = 16</math>. Найдите длину отрезка <math>SO</math>.</p>                                           |    |

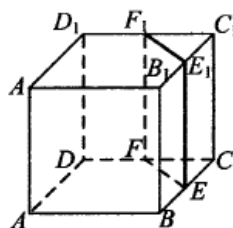
49

В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{1}{2}$  высоты. Объем жидкости равен 25 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



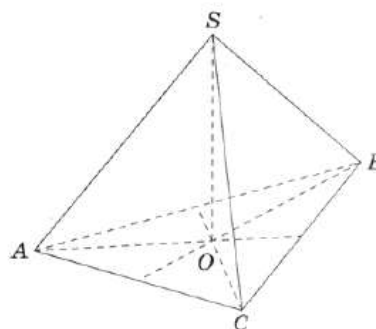
50

В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точки  $E, F, E_1$  и  $F_1$  являются серединами ребер  $BC, DC, B_1 C_1$  и  $D_1 C_1$  соответственно. Объем призмы, отсекаемой от куба плоскостью  $EFF_1$ , равен 14. Найдите объем куба.



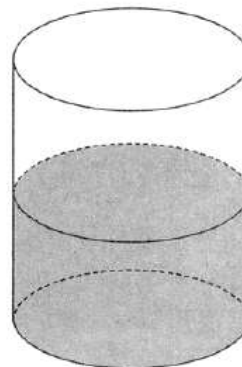
51

В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  медианы основания  $ABC$  пересекаются в точке  $O$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 2; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка  $OS$ .



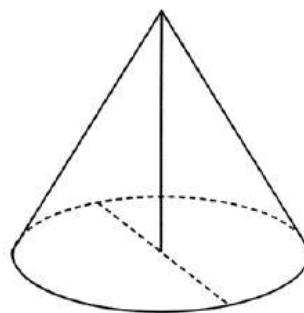
52

В цилиндрический сосуд налили  $3000 \text{ см}^3$  воды. Уровень воды при этом достиг высоты 20 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 3 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .



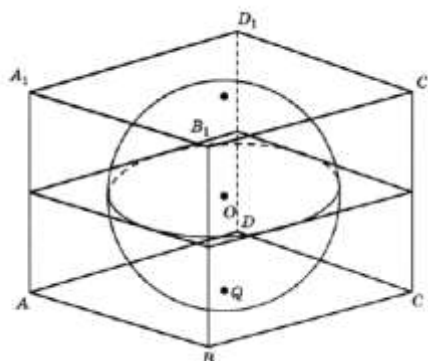
53

Высота конуса равна 8, а диаметр основания — 30. Найдите образующую конуса.

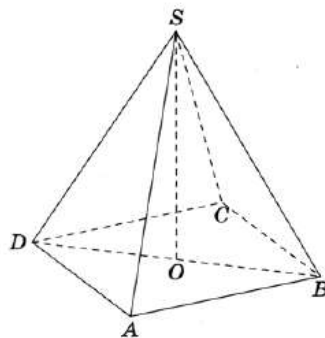


54

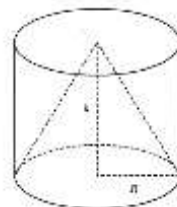
Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиусом 17. Найдите его объем.



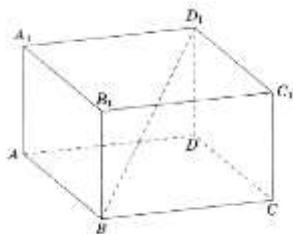
- 55 В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  — вершина,  $SO = 15$ ,  $BD = 16$ . Найдите боковое ребро  $SA$ .



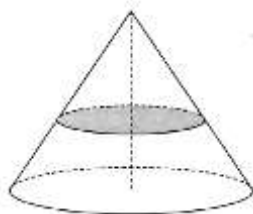
- 56 Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объем цилиндра, если объем конуса равен 20.



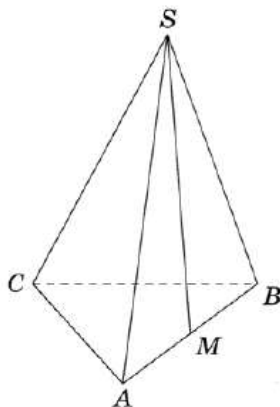
- 57 В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $BD_1 = 5$ ;  $CC_1 = 3$ ;  $B_1 C_1 = \sqrt{7}$ . Найдите длину ребра  $AB$ .



- 58 Объем конуса равен 32. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.



- 59 В правильной треугольной пирамиде  $SABC$   $M$  — середина ребра  $AB$ ,  $S$  — вершина. Известно, что  $BC = 3$ , а площадь боковой поверхности пирамиды равна 45. Найдите длину отрезка  $SM$ .

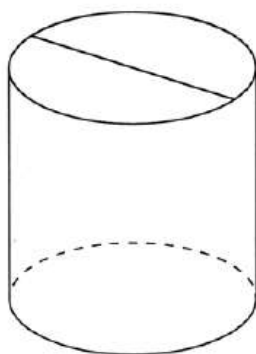


- 60 Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 5,5. Найдите объем параллелепипеда.



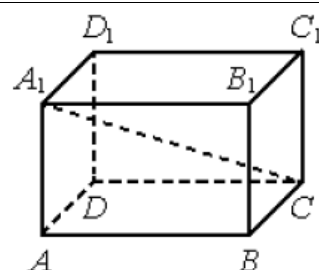
Вариант 6

- 61 Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $21\pi$ , а диаметр основания равен 7. Найдите высоту цилиндра.

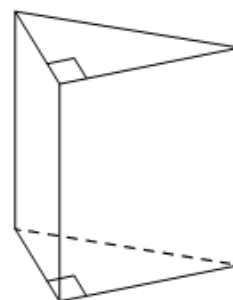


- 62 В основании прямой призмы лежит квадрат со стороной 3. Боковые ребра равны  $\frac{7}{\pi}$ . Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.

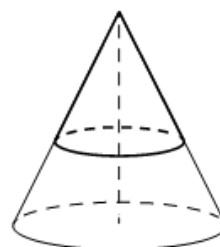
- 63 В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $CC_1 = 6$ ,  $CD = 17$ ,  $AD = 6$ . Найдите длину диагонали  $CA_1$ .



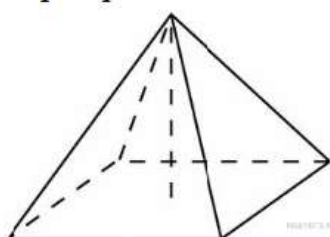
- 64 Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с катетами 2 и 7, боковое ребро призмы равно 6. Найдите объем призмы.

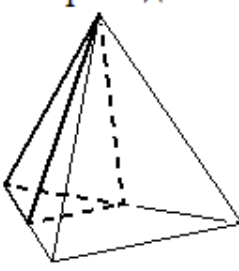
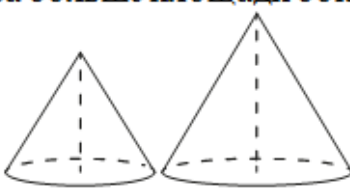
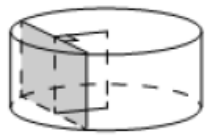
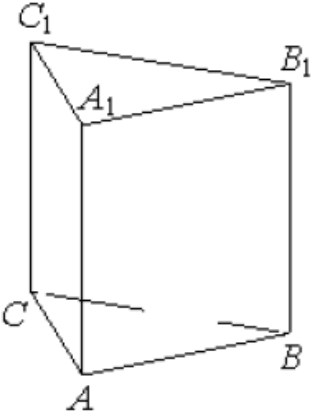


- 65 Площадь полной поверхности конуса равна 35. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении  $3:2$ , считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсеченного конуса.



- 66 Найдите площадь боковой поверхности правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 14 и высота равна 24.



|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 67 | <p>Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 111. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.</p>                                                                                                                                                                                                 |
| 68 | <p>Объём треугольной пирамиды равен 46. Через вершину пирамиды и среднюю линию её основания проведена плоскость (см. рисунок). Найдите объём отсечённой треугольной пирамиды.</p>                                            |
| 69 | <p>Даны два конуса. Радиус основания и образующая первого конуса равны соответственно 3 и 6, а второго — 4 и 9. Во сколько раз площадь боковой поверхности второго конуса больше площади боковой поверхности первого?</p>    |
| 70 | <p>Радиус основания цилиндра равен 15, а его образующая равна 14. Сечение, параллельное оси цилиндра, удалено от неё на расстояние, равное 12. Найдите площадь этого сечения.</p>                                          |
| 71 | <p>В цилиндрический сосуд, в котором находится <math>4 \text{ дм}^3</math> воды, опустили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 2,5 раза. Чему равен объём детали? Ответ выразите в <math>\text{дм}^3</math>.</p>                                                                             |
| 72 | <p>Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины <math>A, C, A_1, B_1</math> правильной треугольной призмы <math>ABCA_1B_1C_1</math>. Площадь основания призмы равна 9, а боковое ребро равно 4.</p>  |

## Ответы

|           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <b>1</b>  | <b>2</b>  | <b>3</b>  | <b>4</b>  | <b>5</b>  | <b>6</b>  | <b>7</b>  | <b>8</b>  | <b>9</b>  | <b>10</b> | <b>11</b> | <b>12</b> |
| 2         | 168       | 8         | 4         | 252       | 6         | 160       | 4         | 34        | 15        | 4         | 7         |
|           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
| <b>13</b> | <b>14</b> | <b>15</b> | <b>16</b> | <b>17</b> | <b>18</b> | <b>19</b> | <b>20</b> | <b>21</b> | <b>22</b> | <b>23</b> | <b>24</b> |
| 6         | 343       | 20        | 84        | 4         | 175       | 32        | 240       | 16        | 312       | 240       | 20        |
|           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
| <b>25</b> | <b>26</b> | <b>27</b> | <b>28</b> | <b>29</b> | <b>30</b> | <b>31</b> | <b>32</b> | <b>33</b> | <b>34</b> | <b>35</b> | <b>36</b> |
| 343       | 32        | 4         | 34        | 160       | 252       | 8         | 2         | 8         | 4         | 5         | 18        |
|           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
| <b>37</b> | <b>38</b> | <b>39</b> | <b>40</b> | <b>41</b> | <b>42</b> | <b>43</b> | <b>44</b> | <b>45</b> | <b>46</b> | <b>47</b> | <b>48</b> |
| 6         | 6         | 12        | 168       | 4         | 6         | 4         | 15        | 7         | 84        | 4         | 6         |
|           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
| <b>49</b> | <b>50</b> | <b>51</b> | <b>52</b> | <b>53</b> | <b>54</b> | <b>55</b> | <b>56</b> | <b>57</b> | <b>58</b> | <b>59</b> | <b>60</b> |
| 175       | 112       | 9         | 450       | 17        | 39304     | 17        | 60        | 3         | 4         | 10        | 665,5     |
|           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
| <b>61</b> | <b>62</b> | <b>63</b> | <b>64</b> | <b>65</b> | <b>66</b> | <b>67</b> | <b>68</b> | <b>69</b> | <b>70</b> | <b>71</b> | <b>72</b> |
| 3         | 31,5      | 19        | 42        | 12,6      | 700       | 166,5     | 11,5      | 2         | 252       | 6         | 12        |

**РАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА**

Неравенства разбиты на два уровня сложности А и В. Уровень А представляет собой простейшие рациональные неравенства. Уровень В по сложности максимально приближен к 15 заданиям ЕГЭ по профильной математике.

**Уровень А**

**1А.**  $2x - 5 > 7$

**2А.**  $3x + 5 > -10$

**3А.**  $4 + 2x < 6$

**4А.**  $3 + 7x < 2x - 2$

**5А.**  $-6 - 2x < 3x + 4$

**6А.**  $-x + 7 \geq 3x - 1$

**7А.**  $2(x + 1) > 3(x + 2) - 4$

**8А.**  $-3 - 2(x - 3) \leq 4 - 3(x + 2)$

**9А.**  $-3(x + 2) - 4 \geq 2 - 5(2 - 2x)$

**10А.**  $x^2 + x - 2 > 0$

**11А.**  $x^2 - 5x + 6 < 0$

**12А.**  $3x^2 + x - 4 \geq 0$

**13А.**  $x^2 + x - 3 < 0$

**14А.**  $-x^2 - 4x + 5 \leq 0$

**15А.**  $x^2 + x + 2 > 0$

**16А.**  $-x^2 + x - 3 > 0$

**17А.**  $x^2 - 4x + 4 > 0$

**18А.**  $x^2 + 6x + 9 \geq 0$

**19А.**  $-x^2 + 10x - 25 \geq 0$

**20А.**  $-4x^2 - 4x - 1 > 0$

**21А.**  $x^2 - 4 > 0$

**22А.**  $x^2 - 5 \leq 0$

**23А.**  $x^2 + 7 > 0$

**24А.**  $-x^2 - 3 \geq 0$

**25А.**  $x^2 + 4x > 0$

**26А.**  $-3x^2 + 7x \leq 0$

**27А.**  $x^2 - 8x < 0$

**28А.**  $2x^2 + 3x > 5$

**29А.**  $2x^2 + 3x \leq x^2 + 4$

**30А.**  $x(2x + 1) > -x^2 + 4$

**31А.**  $2x(x + 2) \leq x^2 - 2x - 9$

**32А.**  $(x + 2)(x - 3) < 0$

**33А.**  $(x + 1)(x + 2)(x - 3) > 0$

**34А.**  $(2x - 3)(7 - x)(6 - 3x) \leq 0$

**35А.**  $(2x + 1)(4 - x)(x - 2) > 0$

**36А.**  $(x - 1)(x + 3)(2x - 7)(3 - x) \leq 0$

37A.  $(x^2 + x - 2)(x - 4) > 0$

38A.  $(x^2 - x - 6)(-x^2 + 1) \geq 0$

39A.  $(x - 3)^2(x + 1) \leq 0$

40A.  $(x - 5)(x + 4)^2 \geq 0$

41A.  $(x^2 + 6x + 9)(x - 3)^2 \leq 0$

42A.  $(x - 2)^3(x + 4)^2 > 0$

43A.  $(x + 4)^2(3 - 2x)(x + 5)^4 > 0$

44A.  $(x - 4)^2(x + 2)^2(x - 7) \leq 0$

45A.  $(x^2 - 10x + 25)(x + 6) \geq 0$

46A.  $\frac{x-2}{x-3} > 0$

47A.  $\frac{2x+3}{7-4x} > 0$

48A.  $\frac{(x-2)(x-3)(x-4)}{x+2} \geq 0$

49A.  $\frac{2-x}{x(x+3)(x-4)} \geq 0$

50A.  $\frac{x^2+2x-3}{x^2+2x} < 0$

51A.  $\frac{(x-4)^2(x+3)}{x-3} \leq 0$

52A.  $\frac{(2x+3)^2(x-3)^4}{(1-x)(x+5)^3} \leq 0$

53A.  $\frac{(x-3)(x^2-8x+16)}{(2-x)^2} \leq 0$

54A.  $\frac{x(x-6)^4}{(x-2)(x+3)^2} \geq 0$

55A.  $\frac{x^4(x^2+x-2)}{(x-1)^2(x+2)} \leq 0$

56A.  $\frac{(x^3-2x^2-3x)(x-3)}{x(x+1)(2-x)} \geq 0$

57A.  $\frac{-x^3+4x^2+5x}{x(2x+1)(x+1)} \geq 0$

58A.  $1 - \frac{1}{x} \geq 0$

59A.  $\frac{2x-1}{x+1} \leq 1$

60A.  $\frac{2x+3}{x-1} \geq 2$

61A.  $\frac{1}{x-1} \geq -\frac{2}{x+2}$

62A.  $\frac{3}{x} \leq \frac{x+3}{6}$

63A.  $\frac{x+1}{x-1} > x+1$

64A.  $\frac{x+2}{x-3} \geq \frac{x+2}{x-4}$

65A.  $\frac{1}{x-1} + \frac{4}{x+2} \geq 2$

66A.  $\frac{2}{x-2} - \frac{4}{x+1} \leq 1$

$$67A. \frac{1}{2-x} + \frac{5}{2+x} < 1$$

$$68A. \frac{x+4}{x-2} \leq \frac{2}{x+1}$$

$$69A. \frac{x^3 - 2x^2 + 5x + 2}{x^2 + 3x + 2} \geq 1$$

$$70A. x \leq 3 - \frac{1}{x-1}$$

### ОТВЕТЫ

- 1A.  $(6; \infty)$ . 2A.  $(-5; \infty)$ . 3A.  $(-\infty; 1)$ . 4A.  $(-\infty; -1)$ . 5A.  $(-2; \infty)$ . 6A.  $(-\infty; 2]$ .  
 7A.  $(-\infty; 0)$ . 8A.  $(-\infty; -5]$ . 9A.  $\left(-\infty; -\frac{2}{13}\right]$ . 10A.  $(-\infty; -2) \cup (1; \infty)$ . 11A.  $(2; 3)$ .  
 12A.  $\left(-\infty; -\frac{4}{3}\right] \cup [1; \infty)$ . 13A.  $\left(\frac{-1-\sqrt{13}}{2}; \frac{-1+\sqrt{13}}{2}\right)$ . 14A.  $(-\infty; -5] \cup [1; \infty)$ . 15A.  
 $x \in R$ . 16A.  $\emptyset$ . 17A.  $(-\infty; 2) \cup (2; \infty)$ . 18A.  $x \in R$ . 19A. 5. 20A.  $\emptyset$ . 21A.  
 $(-\infty; -2) \cup (2; \infty)$ . 22A.  $[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$ . 23A.  $x \in R$ . 24A.  $\emptyset$ . 25A.  $(-\infty; -4) \cup (0; \infty)$ .  
 26A.  $(-\infty; 0] \cup \left[\frac{7}{3}; \infty\right)$ . 27A.  $(0; 8)$ . 28A.  $\left(-\infty; -\frac{5}{2}\right) \cup (1; \infty)$ . 29A.  $[-4; 1]$ . 30A.  
 $\left(-\infty; -\frac{4}{3}\right) \cup (1; \infty)$ . 31A. -3. 32A.  $(-2; 3)$ . 33A.  $(-2; -1) \cup (3; \infty)$ . 34A.  
 $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \cup [2; 7]$ . 35A.  $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; 4)$ . 36A.  $(-\infty; -3] \cup [1; 3] \cup \left[\frac{7}{2}; \infty\right)$ . 37A.  
 $(-2; 1) \cup (4; \infty)$ . 38A.  $[-2; -1] \cup [1; 3]$ . 39A.  $(-\infty; -1] \cup \{3\}$ . 40A.  $\{-4\} \cup [5; \infty)$ .  
 41A.  $\{-3; 3\}$ . 42A.  $(2; \infty)$ . 43A.  $(-\infty; -5) \cup (-5; -4) \cup \left(-4; \frac{3}{2}\right)$ . 44A.  $(-\infty; 7]$ .  
 45A.  $[-6; \infty)$ . 46A.  $(-\infty; 2) \cup (3; \infty)$ . 47A.  $\left(-\frac{3}{2}; \frac{7}{4}\right)$ . 48A.  $(-\infty; -2) \cup [2; 3] \cup [4; \infty)$ .  
 49A.  $(-3; 0) \cup [2; 4)$ . 50A.  $(-3; -2) \cup (0; 1)$ . 51A.  $[-3; 3] \cup \{4\}$ . 52A.  $(-\infty; -5) \cup$   
 $\cup \left\{-\frac{3}{2}\right\} \cup (1; \infty)$ . 53A.  $(-\infty; 2) \cup (2; 3] \cup \{4\}$ . 54A.  $(-\infty; -3) \cup (-3; 0] \cup (2; \infty)$ . 55A.  
 $(-\infty; -2) \cup (-2; 1)$ . 56A.  $(-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 2) \cup \{3\}$ . 57A.  $\left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup (0; 5]$ .  
 58A.  $(-\infty; 0) \cup [1; \infty)$ . 59A.  $(-1; 2]$ . 60A.  $(1; \infty)$ . 61A.  $(-2; 0] \cup (1; \infty)$ . 62A.  
 $[-6; 0) \cup [3; \infty)$ . 63A.  $(-\infty; -1) \cup (1; 2)$ . 64A.  $(-\infty; -2] \cup (3; 4)$ . 65A.  
 $\left(-2; -\frac{1}{2}\right] \cup (1; 2]$ . 66A.  $(-\infty; -4] \cup (-1; 2) \cup [3; \infty)$ . 67A.  $(-\infty; -2) \cup (2; \infty)$ . 68A.  
 $(-1; 2)$ . 69A.  $(-2; -1) \cup [0; 1] \cup [2; \infty)$ . 70A.  $(-\infty; 1) \cup \{2\}$ .

## Уровень В

1В.  $x^2 + (2 - \sqrt{15})x - 2\sqrt{15} \leq 0$

2В.  $x^2 + (1 - \sqrt{10})x - \sqrt{10} \geq 0$

3В.  $x^2 - 3x + 1 - \frac{x^3 + x^2 + 3x - 21}{x} \geq 3$

4В.  $x^2 - x + 3 - \frac{x^3 + 4x^2 - 3x - 1}{x} \leq 2$

5В.  $x^3 + 6x^2 + \frac{28x^2 + 2x - 10}{x - 5} \leq 2$

6В.  $\frac{x^5 - x^2}{x^2} \geq \frac{x^3 - 1}{4x^2}$

7В.  $\frac{x^3 + x^2}{x^2 - 2x + 1} \leq \frac{9}{4} \cdot \frac{x + 1}{x^2 - 2x + 1}$

8В.  $\frac{1}{x + 1} + \frac{2}{x + 2} - \frac{6}{x + 3} \geq 0$

9В.  $x + \frac{8x - 25}{x - 3} + \frac{x^2 + 41x - 136}{x^2 - 10x + 21} \leq 1$

10В.  $2x + 1 - \frac{21x + 39}{x^2 + x - 2} \geq -\frac{1}{x + 2}$

11В.  $x^3 + 5x^2 + \frac{28x^2 + 5x - 30}{x - 6} \leq 5$

12В.  $x^3 + 6x^2 + \frac{21x^2 + 3x - 12}{x - 4} \leq 3$

13В.  $\frac{1}{5x - 12} + \frac{2x^2 - 6x + 1}{x - 3} \geq 2x$

14В.  $\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 1} - \frac{x - 4}{x^2 - 3x + 2} \leq 0$

15В.  $\frac{(5x - 3)^2}{x - 2} \geq \frac{9 - 30x + 25x^2}{14 - 9x + x^2}$

16В.  $\frac{(5x - 2)^2}{x - 3} \geq \frac{4 - 20x + 25x^2}{24 - 11x + x^2}$

17В.  $\frac{x}{2x^2 + 12} \leq (1:5)x^{-1}$

18В.  $\frac{2 - (x - 6)^{-1}}{5(x - 6)^{-1} - 1} \leq -0,2$

19В.  $\frac{4x^4 - 4x^3 + x^2}{-2x^2 + 5x - 2} + \frac{2x^3 - 7x^2 + 5x + 1}{x - 2} \leq 0$

20В.  $\frac{x^4 - 5x^3 + 3x - 25}{x^2 - 5x} \geq x^2 - \frac{1}{x - 4} + \frac{5}{x}$

21В.  $\frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 - 1} \leq \frac{x - 9}{x - 1} + \frac{2}{x - 3}$

22В.  $\frac{x^2 - 16x + 39}{x^2 - 12x + 27} \leq \frac{x - 18}{x - 9} + \frac{4}{x - 8}$

23В.  $\frac{6}{x\sqrt{3} - 3} + \frac{x\sqrt{3} - 6}{x\sqrt{3} - 9} \geq 2$

24В.  $\frac{2}{0,5x\sqrt{5} - 1} + \frac{0,5x\sqrt{5} - 2}{0,5x\sqrt{5} - 3} \geq 2$

25В.  $\frac{3}{2 - (x + 1)\sqrt{3}} + \frac{(x + 1)\sqrt{3} - 1}{(x + 1)\sqrt{3} - 3} \geq 3$

26В.  $\frac{x^2 - 5x + 3}{x - 4} + \frac{5x - 27}{x - 6} \leq x + 4$

$$27B. \frac{x^2 - 3x - 5}{x - 4} + \frac{x^2 - 6x + 3}{x - 6} \leq 2x + 1$$

$$28B. \frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 - 2x} + \frac{7x - 19}{x - 3} \leq \frac{8x + 1}{x}$$

$$29B. \left( \frac{10}{5x - 21} + \frac{5x - 21}{10} \right)^2 \leq \frac{25}{4}$$

$$30B. \left( \frac{2}{25x^2 - 10x - 8} + \frac{25x^2 - 10x - 8}{2} \right)^2 \geq 4$$

$$31B. \frac{1}{x + 5} + \frac{1}{x - 7} + \frac{1}{x - 5} + \frac{1}{x + 7} > 0$$

$$32B. \frac{x^2 + 3x + 4}{x^2 + 4x + 3} \geq x$$

$$33B. (x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12 \geq 0$$

$$34B. x^2 + (x + 2)^2 < \frac{60}{x^2 + 2x + 3}$$

$$35B. x^3 - \frac{1}{x^3} \geq 4 \left( x - \frac{1}{x} \right)$$

$$36B. \frac{4}{x^2 - x} \geq x^2 - x$$

$$37B. x^2 - 6x + \frac{17}{x^2 - 6x + 8} < 0$$

$$38B. (x^2 + 4x + 10)^2 - 7(x^2 + 4x + 11) + 7 < 0$$

$$39B. \frac{1}{x^2 - 4} + \frac{4}{2x^2 + 7x + 6} \leq \frac{1}{2x + 3} + \frac{4}{2x^3 + 3x^2 - 8x - 12}$$

$$40B. -\frac{2}{x + 2} < \frac{1}{x - 1} \leq -\frac{1}{2x}$$

$$41B. -9 < x^4 - 10x^2 \leq 56$$

$$42B. 3 < \frac{7x^2 - 5x + 7}{x^2 + 1} < 6$$

$$43B. \frac{x^2 - 2x + 1}{(x + 2)^2} + \frac{x^2 + 2x + 1}{(x - 3)^2} \leq \frac{(2x^2 - x + 5)^2}{2(x + 2)^2(x - 3)^2}$$

### ОТВЕТЫ

$$1B. [-2; \sqrt{15}]. \quad 2B. (-\infty; -1] \cup [\sqrt{10}; \infty). \quad 3B. (-\infty; -3] \cup \left(0; \frac{7}{4}\right]. \quad 4B.$$

$$\left[-\frac{1}{5}; 0\right) \cup [1; \infty). \quad 5B. (-\infty; -2] \cup \{0\} \cup [1; 5). \quad 6B. \left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [1; \infty). \quad 7B.$$

$$\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [-1; 1) \cup \left(1; \frac{3}{2}\right]. \quad 8B. (-\infty; -3) \cup \left(-2; -\frac{5}{3}\right] \cup (-1; 0]. \quad 9B.$$



- $(-\infty; -3] \cup [2; 3) \cup (3; 7).$  **10B.**  $[-3; -2) \cup (-2; 1) \cup \left[\frac{7}{2}; \infty\right).$  **11B.**  
 $(-\infty; -1] \cup \{0\} \cup [2; 6).$  **12B.**  $(-\infty; -3] \cup \{0\} \cup [1; 4).$  **13B.**  $\left(\frac{12}{5}; \frac{5}{2}\right] \cup (3; \infty).$  **14B.**  
 $(-\infty; 1) \cup (1; 2) \cup [3; 4].$  **15B.**  $\left\{\frac{3}{5}\right\} \cup (2; 7) \cup [8; \infty).$  **16B.**  $\left\{\frac{2}{5}\right\} \cup (3; 8) \cup [9; \infty).$  **17B.**  
 $(-\infty; -2] \cup (0; 2].$  **18B.**  $(-\infty; 6) \cup (11; \infty).$  **19B.**  $\left[-\frac{1}{6}; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; 1\right] \cup (2; \infty).$  **20B.**  
 $(-\infty; 0) \cup (0; 3] \cup (4; 5).$  **21B.**  $(-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (3; 7].$  **22B.**  $(-\infty; 3) \cup (3; 4] \cup (8; 9).$   
**23B.**  $(\sqrt{3}; 2\sqrt{3}] \cup (3\sqrt{3}; 5\sqrt{3}].$  **24B.**  $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}; \frac{4}{\sqrt{5}}\right] \cup \left(\frac{6}{\sqrt{5}}; 2\sqrt{5}\right].$  **25B.**  
 $\left[\frac{1}{\sqrt{3}} - 1; \frac{2}{\sqrt{3}} - 1\right) \cup \left(\sqrt{3} - 1; \frac{7}{2\sqrt{3}} - 1\right].$  **26B.**  $(-\infty; 3] \cup (4; 6).$  **27B.**  $(-\infty; 3] \cup (4; 6).$   
**28B.**  $(-\infty; 0) \cup (0; 1] \cup (2; 3).$  **29B.**  $\left[\frac{1}{5}; \frac{16}{5}\right] \cup \left[\frac{26}{5}; \frac{41}{5}\right].$  **30B.**  
 $\left(-\infty; -\frac{2}{5}\right) \cup \left(-\frac{2}{5}; \frac{4}{5}\right) \cup \left(\frac{4}{5}; \infty\right).$  **31B.**  $(-7; -\sqrt{37}) \cup (-5; 0) \cup (5; \sqrt{37}) \cup (7; \infty).$  **32B.**  
 $(-\infty; -3) \cup \{-2\} \cup (-1; 1].$  **33B.**  $(-\infty; -2] \cup [-1; 2] \cup [3; \infty).$  **34B.**  $(-3; 1).$  **35B.**  
 $\left[\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; -1\right] \cup \left[\frac{1-\sqrt{5}}{2}; 0\right) \cup \left[\frac{\sqrt{5}-1}{2}; 1\right] \cup \left[\frac{\sqrt{5}+1}{2}; \infty\right).$  **36B.**  $[-1; 0) \cup (1; 2].$  **37B.**  
 $(2; 4).$  **38B.**  $(-3; -1).$  **39B.**  $\left(-2; -\frac{3}{2}\right) \cup [1; 2) \cup [5; \infty).$  **40B.**  $(-2; 0).$  **41B.**  
 $[-\sqrt{14}; -3) \cup (-1; 1) \cup (3; \sqrt{14}].$  **42B.**  $\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}; \frac{5+\sqrt{21}}{2}\right).$  **43B.**  $\frac{1}{7}.$

# Подготовка к ЕГЭ по математике

Задание №16. Реальный ЕГЭ 2019 от 29 мая

Условия заданий 1-19, ответы

Разбор заданий №13; №14; №15; №17; №18; №19

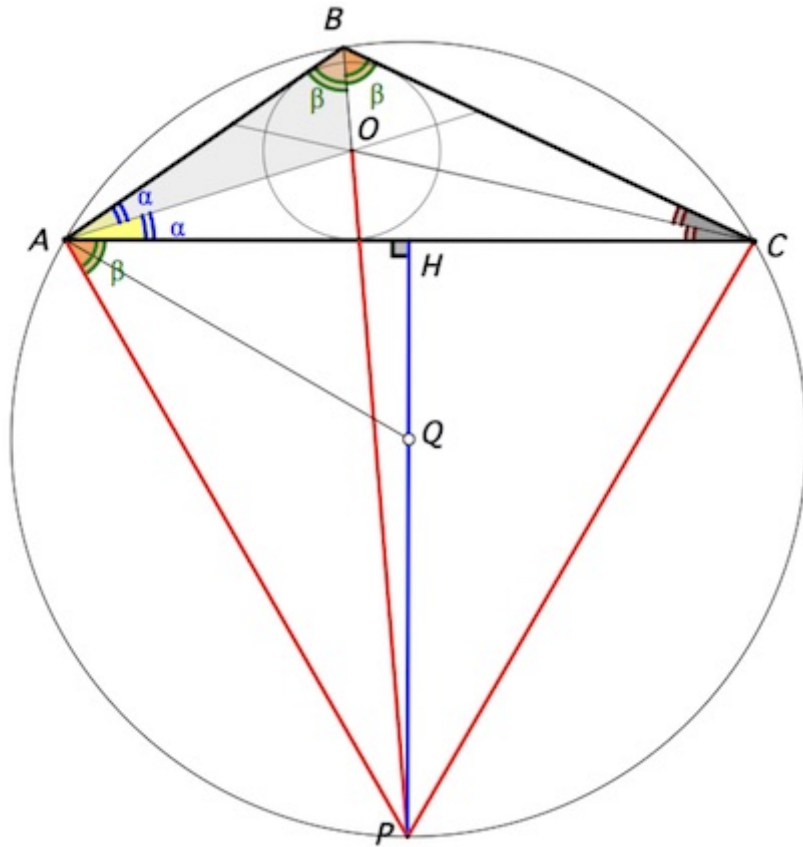
- 16.** Около треугольника  $ABC$  описана окружность. Прямая  $BO$ , где  $O$  – центр вписанной окружности, вторично пересекает описанную окружность в точке  $P$ .
- а) Докажите, что  $AP = OP$ .
- б) Найдите расстояние от точки  $P$  до прямой  $AC$ , если угол  $ABC$  равен  $120^\circ$ , а радиус описанной окружности равен 18.

Решение:

**а)** Покажем равенство углов  $OAP, AOP$  треугольника  $AOP$ , что будет означать и равенство его сторон  $AP, OP$ .

Точка  $O$ , центр вписанной окружности в треугольник  $ABC$ , – точка пересечения биссектрис углов треугольника. Пусть  $\angle A = 2\alpha, \angle B = 2\beta$ .





$\angle PAC = \angle CBP = \beta$  как вписанные углы, опирающиеся на дугу  $PC$ .

$\angle AOP$  – внешний угол треугольника  $ABO$ ,  
 $\angle AOP = \angle BAO + \angle ABO = \alpha + \beta$ .

Итак,  $\angle OAP = \angle AOP$ , откуда  $AP = OP$ . Что и требовалось доказать.

**б)** Заметим,  $\angle ACP = \beta$  (опирается на дугу  $AP$  как и вписанный угол  $ABP$ ). То есть треугольник  $ACP$  – равнобедренный. Пусть  $Q$  – центр описанной окружности около треугольника  $ABC$ .

Поскольку центр описанной окружности около треугольника – точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам, то перпендикуляр, проведенный к  $AC$  из точки  $P$  пройдет через точку  $Q$ . ↑

Поскольку  $\angle ABC = 120^\circ$ , то  $\beta = 60^\circ$ .

$\angle APH = 30^\circ$ , а поскольку треугольник  $AQP$  – равнобедренный, то  $\angle AQH = 60^\circ$ .

В прямоугольном треугольнике  $AQH$   $\angle HAQ = 30^\circ$ ,  $AQ = 18$ , значит,  $QH = 9$ .

Наконец,  $PH = PQ + QH = 18 + 9 = 27$ .

**Ответ: 6)** 27.



# Подготовка к ЕГЭ по математике

## Задание №17. Реальный ЕГЭ (Дальний Восток) от 29 мая 2019

### Условия заданий 1-19, ответы

Разбор заданий [№13](#); [№14](#); [№15](#); [№16](#); [№18](#); [№19](#)

**17.** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн. рублей на срок 15 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $x\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
  - в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.
- Найти  $x$ , если известно, что наибольший годовой платеж по кредиту составит не более 1,9 млн. рублей, а наименьший – не менее 0,5 млн. рублей.

### Решение:

Каждая выплата состоит из двух частей – пятнадцатая часть взятого кредита (6 млн. руб.) плюс процент на остаток долга.

Первая выплата (в млн.):

$$\frac{6}{15} + \frac{x}{100} \cdot 6.$$



Вторая выплата (в млн.):

$$\frac{6}{15} + \frac{x}{100} \cdot \frac{14}{15} \cdot 6.$$

Третья выплата (в млн.):

$$\frac{6}{15} + \frac{x}{100} \cdot \frac{13}{15} \cdot 6.$$

...

Пятнадцатая выплата (в млн.):

$$\frac{6}{15} + \frac{x}{100} \cdot \frac{1}{15} \cdot 6.$$

Все выплаты (в млн.):

$$15 \cdot \frac{6}{15} + \frac{6x}{15 \cdot 100} \cdot (15 + 14 + \dots + 1) = 6 + 0,48x.$$

Поскольку наибольший годовой платеж (а это  $\frac{6}{15} + \frac{x}{100} \cdot 6$ ) по кредиту составит не более 1,9 млн. рублей, а наименьший (а это  $\frac{6}{15} + \frac{x}{100} \cdot \frac{6}{15}$ ) – не менее 0,5 млн. рублей, имеем:

$$0,4 + 0,06x \leq 1,9 \quad \text{И} \quad 0,4 + 0,004x \geq 0,5;$$

$$0,06x \leq 1,5 \quad \text{И} \quad 0,04x \geq 0,1;$$

$$x \leq 25 \quad \text{И} \quad x \geq 25;$$

$$x = 25.$$

**Ответ:** 25.



**Задание №18 с параметрами. Математика, профиль. Подготовка к ЕГЭ.**  
**Дидактические материалы. Основные типы задач с параметрами на применение преобразования графиков.**

**Преобразования графиков при решении задач с параметрами.**

**Графики полуокружности и прямой с параметром.**

№ 4.1\* Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$ax + \sqrt{3 - 2x - x^2} = 4a + 2 \text{ имеет единственный корень.}$$

№ 4.2 Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$3a + \sqrt{-3 - 4x - x^2} = ax + 1 \text{ имеет единственный корень.}$$

№ 4.3(Ответ:  $\{0\} \cup \left[-\frac{1}{3}; -\frac{1}{5}\right)$ .)

Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$ax + \sqrt{-5 - 6x - x^2} = 5a + 2 \text{ имеет единственный корень.}$$

№ 4.4 Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$ax + 2a + 3 = \sqrt{-7 + 8x - x^2} \text{ имеет единственный корень.}$$

№ 4.5(Ответ:  $\{0\} \cup \left(\frac{1}{12}; \frac{1}{10}\right]$ .) Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $6a + \sqrt{-24 - 10x - x^2} = ax + 1$  имеет единственный корень.

**Графики параболы под модулем и ломаной с параметром.**

№ 4.6\* Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 + 2x - 3| - 2a = |x - a| + 3 \text{ имеет ровно три различных корня.}$$

№ 4.7 Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$12|x^2 - 4| = 2a + |a - 12x + 12| + 36 \text{ имеет ровно три различных корня.}$$

№ 4.8 Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$6|x^2 - 4| = 2a + |a + 6x + 6| + 18 \text{ имеет ровно три различных корня.}$$

**Графики гиперболы под модулем и прямой с параметром.**

№ 4.9\* Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$ax + \left|\frac{1}{x} + 4\right| = 2a \text{ имеет хотя бы один корень, и указать число корней уравнения для каждого значения } a.$$

№ 4.10 Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{1}{2}ax + \left|\frac{1}{x} + 2\right| = 2a \text{ имеет хотя бы один корень, и указать число корней уравнения для каждого значения } a.$$

№ 4.11 Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{1}{3}ax + \left|\frac{1}{x} + 1\right| = a \text{ имеет хотя бы один корень, и указать число корней уравнения для каждого значения } a.$$

№ 4.12 Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$2 + \left|\frac{5}{x} - 3\right| = ax \text{ имеет более двух положительных корней.}$$

№ 4.13 Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$4 + \left|\frac{5}{x} - 6\right| = 2ax \text{ имеет более двух положительных корней.}$$

**Графики гиперболы и ломаной с параметром.**

№ 4.14 Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a|x - 3| = \frac{5}{x+2} \text{ имеет более двух неотрицательных корней.}$$

№ 4.15 Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$a|x - 6| = \frac{10}{x+4}$  имеет более двух неотрицательных корней.

**Графики ломаной и ломаной с параметром.**

№ 4.16 Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x + 3| - a|x - 1| = 4$  имеет хотя бы один корень, и указать корни уравнения для каждого значения  $a$ .

№ 4.17 Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $a|x + 3| + 2|x + 4| = 2$  имеет хотя бы один корень, и указать корни уравнения для каждого значения  $a$ .

**Графики параболы с параметром и модулем и график ломаной.**

№ 4.18 Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $ax|x| + |3x + 2| = 2a|x|$  имеет ровно один корень.

№ 4.19 Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $ax|x| + |5x + 2| = 6a|x|$  имеет ровно три различных корня.

**Системы уравнений с графиками полуокружности и полуокружности с параметром.**

№ 4.20 Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений 
$$\begin{cases} y = \sqrt{5 + 4x - x^2} + 2 \\ y = \sqrt{9 - a^2 + 2ax - x^2} + a \end{cases}.$$

№ 4.21 Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений 
$$\begin{cases} y = \sqrt{5 - 8x - 4x^2} + 2 \\ y + 2a = \sqrt{9 - 4a^2 + 8ax - 4x^2} \end{cases}.$$



*Ответы:*

№ 4.1\*  $\{0\} \cup \left[-\frac{2}{3}; -\frac{2}{7}\right)$ ; № 4.2  $\{0\} \cup \left(\frac{1}{6}; \frac{1}{4}\right]$ ; № 4.3  $\{0\} \cup \left[-\frac{1}{3}; -\frac{1}{5}\right)$ ; № 4.4  $\{0\} \cup \left[-1; -\frac{1}{3}\right)$ ; № 4.5  $\{0\} \cup \left(\frac{1}{12}; \frac{1}{10}\right]$ ; № 4.6\*  $\left\{\frac{1}{12}; -2\right\}$ ; № 4.7  $\{-24; 1\}$ ; № 4.8  $\{-12; 0,5\}$ ; № 4.9\*  
 один корень, если  $a \in (-\infty; 0] \cup (1; 4)$ ; два корня, если  $a \in \{1; 4\}$ ; три корня, если  $a \in (0; 1) \cup (1; 4)$ ; № 4.10  
 один корень, если  $a \in (-\infty; 0] \cup (0,5; 2)$ ; два корня, если  $a \in \{0,5; 2\}$ ; три корня, если  $a \in (0; 0,5) \cup (2; +\infty)$ ; № 4.11 один корень, если  $a \in (-\infty; 0] \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right)$ ; два корня, если  $a \in \left\{\frac{1}{3}; 3\right\}$ ; три корня, если  $a \in (0; \frac{1}{3}) \cup (3; +\infty)$ ; № 4.12  $(1, 2; 1, 25)$ ; № 4.13  $(2, 4; 2, 5)$ ; № 4.14  $\left(\frac{4}{5}; \frac{5}{6}\right]$ ; № 4.15  $\left(\frac{2}{5}; \frac{5}{12}\right]$ ; № 4.16  $[1; +\infty)$  при  $a = 1$ ;  $[-3; 1]$  при  $a = -1$ ;  $\left\{\frac{a+7}{a-1}; 1\right\}$  при  $a \in (-1; 1)$ ;  $\{1\}$  при  $a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ ; № 4.17  $[-4; -3]$  при  $a = 2$ ;  $[-3; +\infty)$  при  $a = -2$ ;  $\{-3\}$  при  $a \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ ;  $\left\{-3; -\frac{3a+10}{a+2}\right\}$  при  $a \in (-2; 2)$ ; № 4.18  $a \in (-\infty; 0] \cup (0,5; 4,5)$ ; № 4.19  $a \in (0; 0,5) \cup \left(\frac{25}{18}; +\infty\right)$ ; № 4.20  $[-1; 2), (2; 5]$ ; № 4.21  $[-2, 5; -1), (-1; 0, 5]$ .

# Подготовка к ЕГЭ по математике

## Задание №19. Реальный ЕГЭ 2019 от 29 мая

### Условия заданий 1-19, ответы

Разбор заданий [№13](#); [№14](#); [№15](#); [№16](#); [№17](#); [№18](#)

**19.** Есть синие и красные карточки. Всего карточек 50 штук. На каждой написаны натуральные числа, среднее арифметическое которых равно 16. Все числа на синих карточках разные. При этом любое число на синей карточке больше, чем любое на красной. Числа на синих увеличили в 2 раза, после чего среднее арифметическое стало равно 31,2.

- а) Может ли быть 10 синих карточек?
- б) Может ли быть 10 красных карточек?
- в) Какое наибольшее количество синих карточек может быть?

*Решение:*

Пусть есть  $n$  синих карточек. Тогда красных –  $(50 - n)$  штук.

Согласно условию сумма чисел с карточек равна 800.

Упорядочим числа с синих карточек:  $a_1 > a_2 > \dots > a_n$ .

Упорядочим числа с красных карточек:

$a_{n+1} \geq a_{n+2} \geq \dots \geq a_{50}$ . Согласно условию  $a_n > a_{n+1}$ .

После увеличения чисел на синих карточках имеем. 

$$2(a_1 + a_2 + \dots + a_n) + a_{n+1} + a_{n+2} + \dots + a_{50} = 1560.$$

**а)** Проверим, может ли быть 10 синих карточек.

$n = 10$ , имеем

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_{10}) + (a_{11} + a_{12} + \dots + a_{50}) = 800 \quad (1)$$

и

$$2(a_1 + a_2 + \dots + a_{10}) + (a_{11} + a_{12} + \dots + a_{50}) = 1560 \quad (2)$$

Откуда, вычитая (1) из (2), получаем:

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = 760 \quad \text{и} \quad a_{11} + a_{12} + \dots + a_{50} = 40.$$

Пусть  $a_{11} = a_{12} = \dots = a_{50} = 1$ , и числа с синих карточек, например, такие: 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 706.

Может быть 10 синих карточек.

**б)** Проверим, может ли быть 10 красных карточек.

$n = 40$ , имеем

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{40} = 760 \quad \text{и} \quad a_{41} + a_{42} + \dots + a_{50} = 40.$$

Поскольку любое число на синей карточке больше, чем любое на красной, то самое маленькое возможное значение числа с синей карточки – это 5. Даже если далее все числа с синих карточек отличаются, будучи упорядоченными, друг от друга на 1, то их сумма оказывается как минимум  $5 + 6 + 7 + \dots + 44$ , то есть 980, что противоречит условию.

Не может быть 10 красных карточек.

**в)** Выясним какое наибольшее количество синих карточек может быть, то есть найдем наибольшее значение  $n$  при данных условиях.



Имеем

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = 760 \quad \text{и} \quad a_{n+1} + a_{n+2} + \dots + a_{50} = 40.$$

$$760 = a_1 + a_2 + \dots + a_n \geq a_n + (a_n + 1) + \dots + (a_n + n - 1) = n \cdot a_n + \frac{n(n-1)}{2}.$$

Откуда

$$2a_n \cdot n + n^2 - n \leq 1520.$$

Заметим, как уже нами было показано, синих карточек, как минимум, может быть 10. Если их больше десяти, то  $a_n \geq 3$ .

Откуда

$$6n + n^2 - n \leq 2a_n \cdot n + n^2 - n \leq 1520;$$

$$5n + n^2 \leq 1520;$$

$$n^2 + 5n - 1520 \leq 0;$$

$$\left(n - \frac{-5 + \sqrt{6105}}{2}\right) \left(n - \frac{-5 - \sqrt{6105}}{2}\right) \leq 0.$$

Откуда

$$n \leq \frac{-5 + \sqrt{6105}}{2},$$

далее

$$n \leq 36.$$

Пусть  $n = 36$ . Учитывая, что  $a_{37} + a_{38} + \dots + a_{50} = 40$ , имеем:

$$a_n \geq 4.$$

Даже если  $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 4 + 5 + \dots + 39 = 774$ , то приходим к противоречию с тем, что  $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 760$ .

Пусть  $n = 35$ .



Находится подходящий вариант:

$$a_1 = 4, a_2 = 5, \dots, a_{34} = 37, a_{35} = 63,$$

и

$$a_{36} = a_{37} = \dots = a_{47} = 3, a_{48} = 2, a_{49} = a_{50} = 1.$$

**Ответ: а) да; б) нет; в) 35.**

---

комментария 2

---



**Анатолий**

2020-06-17 в 14:45

У вас  $1 + \dots + n - 1 = n^2/2$  в строке начинающейся с 760= Это неверно, следовательно далее ошибка

[ Ответить ]



**egeMax**

2020-06-17 в 22:52

Анатолий, спасибо! Подправила  $n \rightarrow (n-1)!$  Конечно!

[ Ответить ]





Вариант 1

Математика Базовый уровень

Отвeтом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответ к заданию в поле ответа справа от номера соответствующего задания. Если ответом является последовательность цифр, то запишите эту последовательность без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

Найдите значение выражения  $(7,8 - 5,3) \cdot 1,2$ .

2

Найдите значение выражения  $\frac{2^4 \cdot 5^4}{15^4}$ .

3

На олимпиаду по русскому языку записалось 38 учеников девятих классов, что составляет четверть от общего числа девятиклассников. Сколько девятиклассников не записалось на олимпиаду по русскому языку?

4

Скорость прямолинейно движущегося тела изменяется по закону:  $v = v_0 + at$ , где  $v$  – величина скорости тела в момент времени  $t$ ,  $v_0$  – величина начальной скорости движения тела,  $a$  – величина ускорения,  $t$  – время движения тела. Через  $t = 3$  с от начала движения скорость тела стала равной 24 м/с. Считая величину начальной скорости тела  $v_0 = 9$  м/с, определите величину ускорения его движения.

5

Найдите значение выражения  $7^{\log_7 1+2}$ .

6

Плитка шоколада стоит 37 рублей. Какое наибольшее количество плиток шоколада можно купить на 400 рублей?

7

Найдите наибольший корень уравнения  $x^2 + 2x - 3 = 0$ .

8

План данного участка разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат 1 м × 1 м. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



9

Установите соответствие между величиной (обозначено буквами) и её возможным значением (обозначено цифрами).

| ВЕЛИЧИНЫ                      | ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ |
|-------------------------------|--------------------|
| А) масса вагона поезда        | 1) 15 кг           |
| Б) масса воробья              | 2) 1,5 т           |
| В) масса ребенка до 4 лет     | 3) 30 г            |
| Г) масса легкового автомобиля | 4) 7,2 т           |

10

В среднем из 50 произведённых батареек 2 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная в магазине батарейка окажется исправной?

11

В таблице представлен рейтинг стран по объёму ВВП (валовый внутренний продукт) с указанием площади и населения этих стран по данным на 2015 г.

| №  | Страна           | Объём ВВП (в млрд. долл.) | Население (в млн. чел.) | Площадь (в млн. кв. км) |
|----|------------------|---------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1  | США              | 17 947                    | 321                     | 10                      |
| 2  | КНР              | 10 983                    | 1369                    | 10                      |
| 3  | Япония           | 4 123                     | 127                     | 0,4                     |
| 4  | Германия         | 3 358                     | 81                      | 0,4                     |
| 5  | Великобритания   | 2 849                     | 65                      | 0,2                     |
| 6  | Франция          | 2 422                     | 66                      | 0,5                     |
| 7  | Индия            | 2 091                     | 1 270                   | 3                       |
| 8  | Италия           | 1 816                     | 61                      | 0,3                     |
| 9  | Бразилия         | 1 773                     | 204                     | 9                       |
| 10 | Канада           | 1 552                     | 36                      | 10                      |
| 11 | Республика Корея | 1 377                     | 51                      | 1                       |
| 12 | Россия           | 1 325                     | 146                     | 17                      |
| 13 | Австралия        | 1 224                     | 24                      | 8                       |
| 14 | Испания          | 1 200                     | 46                      | 0,5                     |
| 15 | Мексика          | 1 144                     | 121                     | 2                       |

Определите с помощью таблицы, какое население (в млн. чел.) у страны, находящейся на третьем месте по объёму ВВП.

12

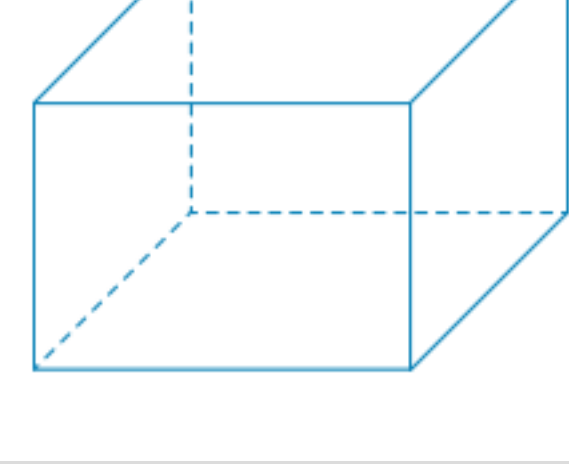
Для организации переезда в новый офис фирма может воспользоваться услугами одного из трёх перевозчиков. Цены и условия приведены в таблице.

| Перевозчик | Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 10 км) | Грузоподъёмность автомобилей (в тоннах) |
|------------|-------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| A          | 450                                                   | 5                                       |
| Б          | 620                                                   | 7                                       |
| В          | 1050                                                  | 14                                      |

Сколько рублей нужно заплатить за самую дешёвую перевозку, если масса груза к транспортировке составляет 27 тонн, а расстояние до нового офиса равно 50 км?

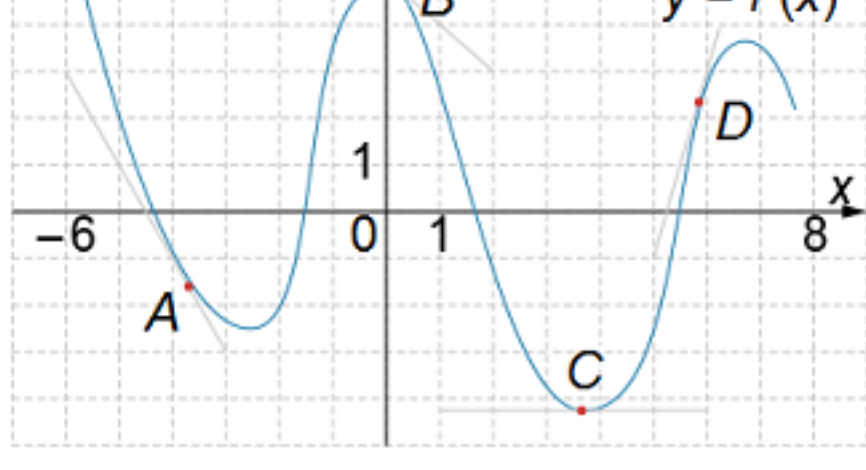
13

Найдите боковое ребро правильной четырёхугольной призмы, если сторона её основания равна 12, а площадь полной поверхности равна 528.



14

На рисунке изображены график функции и касательные, проведённые к нему в точках А, В, С и D.

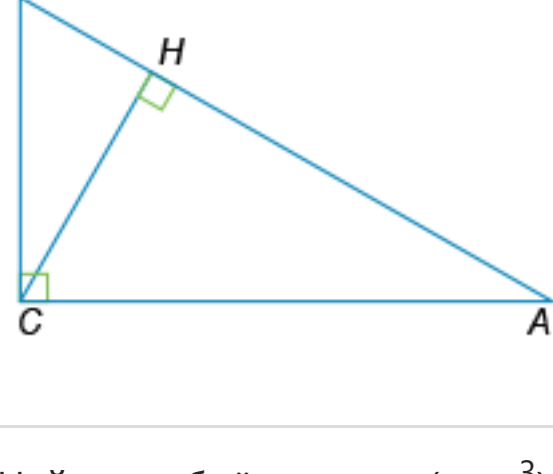


В правом столбце указаны значения производной функции в точках А, В, С и D. Пользуясь графиком, установите соответствие между точкой и значением производной функции в ней (обозначено буквами).

| Точка | Значение переменной |
|-------|---------------------|
| A     | 1) 4                |
| B     | 2) -2               |
| C     | 3) -1               |
| D     | 4) 0                |

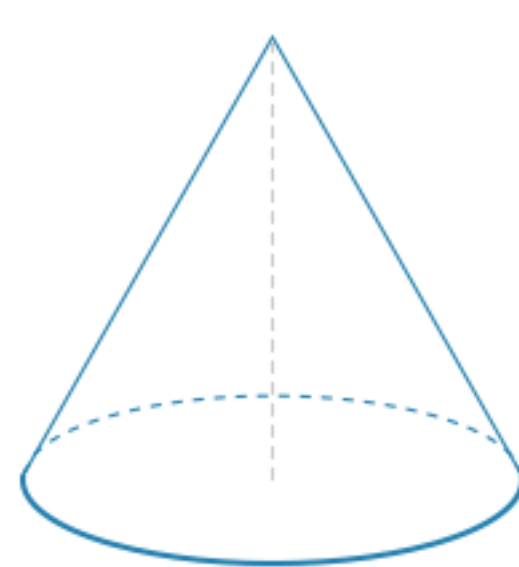
15

В треугольнике ABC угол C равен 90°, sin A=0,5, AC=6. Найдите длину высоты CH, проведённой из вершины прямого угла.



16

Найдите объём конуса (в см<sup>3</sup>), радиус основания которого равен 7,5 см, а длина образующей — 12,5 см. В ответ запишите объём, делённый на π.



17

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенством (обозначено буквами) и его решением (обозначено цифрами).

| Неравенство              | Решение                              |
|--------------------------|--------------------------------------|
| A) $x^2 - 3x - 4 \geq 0$ | 1) $(-\infty; -1]$                   |
| Б) $x^2 - 3x - 4 \leq 0$ | 2) $(-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$ |
| В) $4x + 4 \leq 0$       | 3) $[-1; 4]$                         |
| Г) $0,5x - 2 \geq 0$     | 4) $[4; +\infty)$                    |

18

По итогам месяца был посчитан средний балл всех учеников в классе. Оказалось, что средний балл у Андрея выше, чем у Нины, но ниже, чем у Ивана, средний балл Светы не выше, чем у Андрея. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.  
1) У Ивана самый высокий средний балл.  
2) Средний балл Нины ниже, чем средний балл Ивана.  
3) У Андрея самый низкий средний балл.  
4) Средний балл Светы выше, чем средний балл Нины.

19

Найдите трёхзначное число, сумма цифр которого равна 8, а сумма квадратов цифр делится на 11. В ответе укажите одно такое число.

20

Экзамен включает 30 заданий. За каждое верно выполненное задание ученик получает 3 балла, за неверный ответ снимают 2 балла, задание без ответа не приносит баллы и не отнимает их. Какое максимальное количество ошибок мог допустить ученик, если в итоге он получил 44 балла?

Результат: 0 из 0

| №                                                                                                                  | Ваш ответ | Правильный ответ | Первичный балл |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|------------------|----------------|
| Здесь появится результат тестовой части.<br>Нажмите на кнопку «Завершить работу», чтобы увидеть правильные ответы. |           |                  |                |
| Завершить работу                                                                                                   |           |                  |                |

Делитесь своими результатами или спрашивайте, как решить конкретное задание. Будьте вежливы, ребята:

2014 — 2021 © Незнайка

Пользовательское соглашение

Реклама | Контакты

